



天津科技大学学报

Journal of Tianjin University of Science & Technology

ISSN 1672-6510,CN 12-1355/N

《天津科技大学学报》网络首发论文

题目：一个保守超混沌系统分析及 FPGA 设计
作者：于海博，贾红艳，王合进
DOI：10.13364/j.issn.1672-6510.20250108
收稿日期：2025-07-09
网络首发日期：2026-07-09
引用格式：于海博，贾红艳，王合进. 一个保守超混沌系统分析及 FPGA 设计[J/OL]. 天津科技大学学报. <https://doi.org/10.13364/j.issn.1672-6510.20250108>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。



DOI: 10.13364/j.issn.1672-6510.20250108

一个保守超混沌系统分析及 FPGA 设计

于海博, 贾红艳, 王合进

(天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300457)

摘要: 为探究一个保守超混沌系统的复杂动态特性及物理可实现性, 首先, 对其进行数值分析, 并从 Lyapunov 指数零和角度验证了该系统相空间体积保守的特性。然后, 通过相轨迹图、Lyapunov 指数图和分岔图等分析手段, 发现该系统表现出多稳定性, 能够在拟周期和超混沌状态之间动态切换。最后, 基于 DSP Bulider 平台, 利用现场可编程门阵列(field programmable gate array, FPGA)技术实现了该保守超混沌系统, 不仅从物理特性上说明了保守超混沌系统的存在, 而且为混沌应用提供了物理模型。

关键词: 相空间体积保守; 超混沌系统; 数值分析; 现场可编程门阵列(FPGA)设计

中图分类号: TP29

文献标志码: A

文章编号: 1672-6510 (2026)00-0000-00

Analysis of a Conservative Hyperchaotic System and FPGA Design

YU Haibo, JIA Hongyan, WANG Hejin

(College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300457, China)

Abstract: In order to explore the complex dynamic characteristics and physical realizability of a conservative hyperchaotic system, firstly, it is numerically analyzed, and its phase space volume conservation characteristics are further verified from the perspective of Lyapunov exponent zero. Then, through the analysis of phase trajectory diagram, Lyapunov exponent diagram and bifurcation diagram, it is found that the conservative hyperchaotic system is multi-stable, that is, it dynamically switches between quasi-periodic and hyperchaotic states. Finally, based on DSP Bulider, the conservative hyperchaotic system is realized by field programmable gate array(FPGA) technology, which not only explains the existence of conservative hyperchaotic from the physical characteristics, but also provides a physical model for chaotic application.

Key words: phase space volume conservation ; hyperchaotic system; numerical analysis; field programmable gate array(FPGA) design

与耗散混沌系统相比, 保守混沌系统在空间中展现出更为复杂的运动特性。因此, 近年来学者们对保守混沌的运动学探究越来越广泛^[1-3]。Dong 等^[4]提出了一种保守系统的建模方法, 分析了该系统的多稳态特性; Qi 等^[5]分析发现了保守混沌的遍历特性, 并通过 FPGA 技术验证了保守混沌的存在。

通常, 保守混沌系统的相空间体积不随时间改变, 所以在相空间中, 保守混沌并不会产生混沌吸引子, 只会产生周期、拟周期性或混沌等流形^[6-7]。此外, 保守超混沌系统还具有较强的随机性、多稳

定性、遍历性等显著特性^[8-10]。这些复杂的动力学行为使保守混沌系统更适合应用于保密通信^[11]、图像加密^[12]、医学医疗^[13]、复杂神经网络^[14]等领域。尤其是具有两个正的 Lyapunov 指数的超混沌保守系统, 因其动态特性比保守混沌系统更为复杂^[15], 更适合用于应用研究。

目前混沌系统应用于实践的方式主要为模拟电路和数字电路, 模拟电路易受周围环境影响且自身参数难以精确控制, 从而限制了实践的广泛性^[16]。数字电路具有稳定性强、复杂度低等优点而被广泛

应用于混沌应用。现场可编程门阵列 (field programmable gate array, FPGA) 作为数字混沌电路的有效实现方法之一, 能显著降低外部物理环境干扰的影响, 其实现的系统动力学特性与数值仿真结果高度吻合^[17-24]。

2023 年, Dong 等^[25]发现了一个具有暂态特性的保守超混沌系统, 并给出了随机性测试, 说明其非常适合应用于加密研究, 但是作者没有从物理特性上进一步说明保守超混沌及多稳定性的存在。本文将进一步利用 FPGA 技术设计该超混沌保守系统, 不仅从物理特性上说明其存在性, 而且也为混沌应用提供了新的电路模型。

1 一个保守超混沌系统

2023 年, Dong 等^[25]提出了一个保守的超混沌系统, 可以描述为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_1 y_2 + a y_5 \\ \dot{y}_2 = -y_1^2 + y_3^2 \\ \dot{y}_3 = -y_2 y_3 + y_3 y_4 + b y_5 \\ \dot{y}_4 = -y_3^2 + y_5^2 \\ \dot{y}_5 = -y_4 y_5 - a y_1 - b y_5 \end{cases} \quad (1)$$

式中: y_1 、 y_2 、 y_3 、 y_4 、 y_5 是状态变量, a 、 b 是可调参数。

根据文献[25], 系统(1)满足空间相体积保守条件, 且随着初值变化体现出多稳态特性, 具体表现为系统在拟周期和超混沌状态之间切换。

为了从物理特性上说明该保守超混沌系统的存在, 本文进一步分析其保守特性、多稳定性。

2 一个保守超混沌系统动态特性分析

龙格-库塔(Runge-Kutta)法是一种求解常微分方程的常用方法, 具有良好的精度和稳定性, 常被用来研究混沌系统的动态特性^[26-27]。本文后续的动态特性分析也采用该方法进行研究。

2.1 Lyapunov 指数零和特性

为探究系统(1)的相空间体积保守特性, 设置系统(1)的参数 $b=15$, 初值 $S_0=(8,8,8,8,8)$, 绘制在 $a \in [0,10]$ 区间内的 Lyapunov 指数图, 仿真结果如图 1 所示。通过对图 1 的分析可以发现, 当 $a \in [0,4.3] \cup [6.5,10]$ 时, L_{E1} 、 L_{E2} 大于 0, 说明系统将呈现超混沌状态; $a \in (4.3,6.5)$ 时, 系统 Lyapunov 指数趋于 0, 说明系统将呈现拟周期状态。将图 1 中 Lyapunov

指数进行加和处理, 绘制 Lyapunov 指数和图, 如图 2 所示。可以发现, Lyapunov 指数和为 0, 即系统(1) Lyapunov 指数关于 x 轴对称分布, 从 Lyapunov 指数零和角度说明了系统(1)的相空间体积保守。同时, 系统(1)的 Lyapunov 指数零和特征与文献[25]中所提到的零散度特征相符, 进一步验证了系统(1)的体积保守特性。

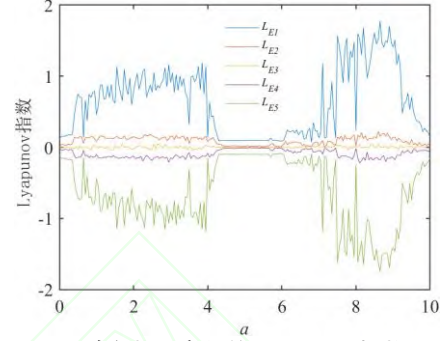


图 1 随参数 a 变化的 Lyapunov 指数图
Fig. 1 Lyapunov exponent diagram varying with parameters a

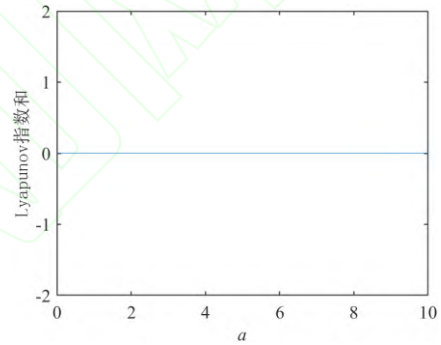
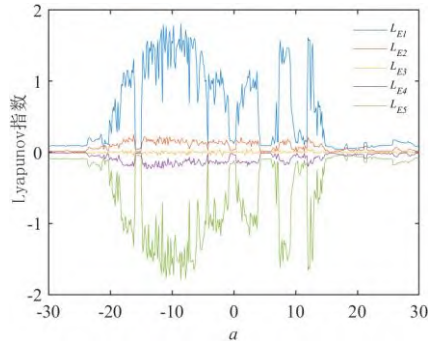


图 2 随参数 a 变化的 Lyapunov 指数的和
Fig.2 Sum of Lyapunov exponents varying with parameter a

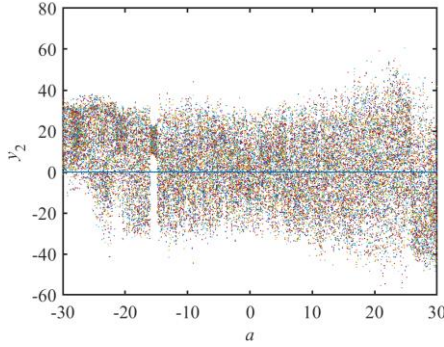
2.2 参数变化时的动态特性分析

为探究系统(1)在动力学方面的特性, 设系统(1)的参数 $b=15$, 初值 $S_0=(8,8,8,8,8)$, 在区间 $a \in [-30,30]$ 内绘制系统(1)的 Lyapunov 指数图和分岔图, 仿真结果如图 3 所示。

对 Lyapunov 指数图和分岔图进行分析, 当 $a \in [-30,-22] \cup (-18.6,-16.8) \cup (5.3,6.8) \cup (16.9,30]$ 时, 系统(1)的 Lyapunov 指数全部趋近于 0, 呈现拟周期状态; 当 $a \in [-22,-18.6] \cup [-16.8,5.3] \cup [6.8,16.9]$ 时, 系统(1)存在两个 Lyapunov 指数大于 0, 即该系统呈现超混沌状态。



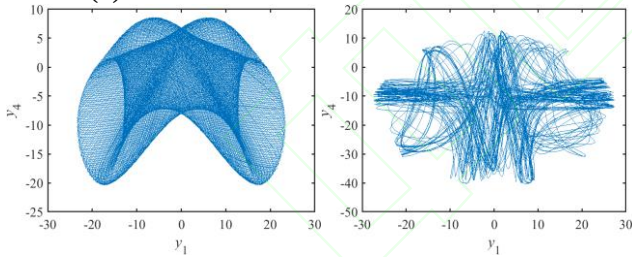
(a) Lyapunov 指数图



(b) 分岔图

图 3 随参数 a 变化的 Lyapunov 指数图和分岔图**Fig. 3** Lyapunov exponent diagram and bifurcation diagram varying with parameters a

设参数 $b = 15$, 初值 $S_0 = (8, 8, 8, 8, 8)$, 在 $a = 20$ 处和 $a = 3.5$ 处分别绘制系统(1)的相轨迹图, 如图 4 所示。图 4(a)的相轨迹呈现闭合环绕状, 此时系统(1)处于拟周期状态; 图 4(b)的相轨迹呈现无规则状, 此时系统(1)处于超混沌状态。

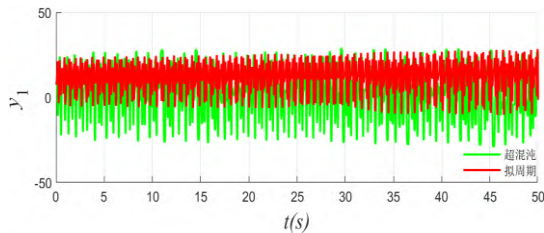


(a) 拟周期流 1

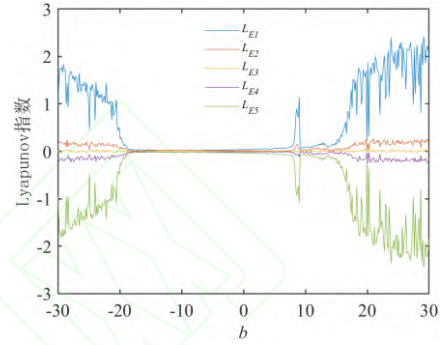
(b) 超混沌流 1

图 4 随参数 a 变化的相轨迹图**Fig. 4** Phase trajectory diagram varying with parameter a

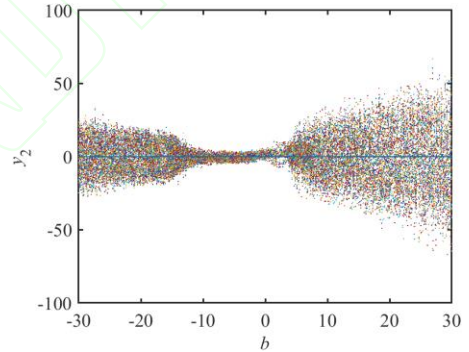
设参数 $b = 15$, 初值 $S_0 = (8, 8, 8, 8, 8)$, 令参数 a 的值分别为 $a = 20$ 和 $a = 3.5$ 绘制系统(1)的时序图如图 5 所示, 拟周期状态和超混沌状态分别用红色和绿色标记, 从时域角度验证了拟周期状态和超混沌状态的差异。

图 5 系统(1)关于参数 a 的时序图**Fig. 5** Timing diagram of system (1) about parameter a

设系统(1)的参数 $a = 10$, 初值 $S_0 = (8, 8, 8, 8, 8)$, 在区间 $b \in [-30, 30]$ 内绘制随参数 b 变化的 Lyapunov 指数图和分岔图, 如图 6 所示。通过分析 Lyapunov 指数图和分岔图, 可以发现 $b \in [-30, -19] \cup [8, 10] \cup [15, 30]$ 时, 系统(1)处于超混沌状态; $b \in (-19, 8) \cup (10, 15)$ 时, 系统(1)处于拟周期状态。



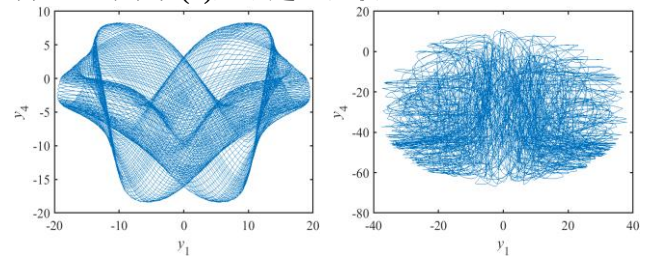
(a) Lyapunov 指数图



(b) 分岔图

图 6 随参数 b 变化的 Lyapunov 指数图和分岔图**Fig. 6** Lyapunov exponent diagram and bifurcation diagram varying with parameters b

然后, 设参数 $a = 10$, 初值 $S_0 = (8, 8, 8, 8, 8)$, 在 $b = 5$ 处和 $b = 28$ 处分别绘制系统(1)的相轨迹图, 如图 7 所示。图 7(a)的相轨迹为规律的环状结构, 此时系统(1)处于拟周期状态; 图 7(b)的相轨迹为无规律的发散结构, 此时系统(1)处于超混沌状态。



(a) 拟周期流 2

(b) 超混沌流 2

图 7 随参数 b 变化的相轨迹图**Fig. 7** Phase trajectory diagram varying with parameter b

2.3 初值变化时的多稳定特性分析

多稳定性是指当系统参数不变时, 通过调整系统的初值条件, 系统呈现周期、拟周期、混沌、超混沌等不同的状态^[28]。从非线性动力学理论角度分析, 多稳态现象的产生机制主要源于相空间的复杂拓扑结构^[29]: 保守系统由于相空间体积守恒, 其多稳态行为更加复杂, 不同吸引子之间通过复杂的相空间结构相互隔离^[30]。

为探究系统(1)的多稳定特性, 将参数的值设为 $a=10$, $b=15$, 初值为 $S_0=(y_1, 8, 8, 8, 8)$, 在区间 $y_1 \in [-30, 30]$ 内绘制系统(1)的 Lyapunov 指数图和分岔图, 结果如图 8 所示。通过分析 Lyapunov 指数图和分岔图, $y_1 \in [-30, -19.4] \cup [-14.2, 7] \cup [10.4, 30]$ 时, 系统(1)处于超混沌状态; $y_1 \in (-19.4, -14.2) \cup (7, 10.4)$ 时, 系统(1)处于拟周期状态。由此可以判断系统(1)对于初值的变化敏感, 体现出多稳定性特征。

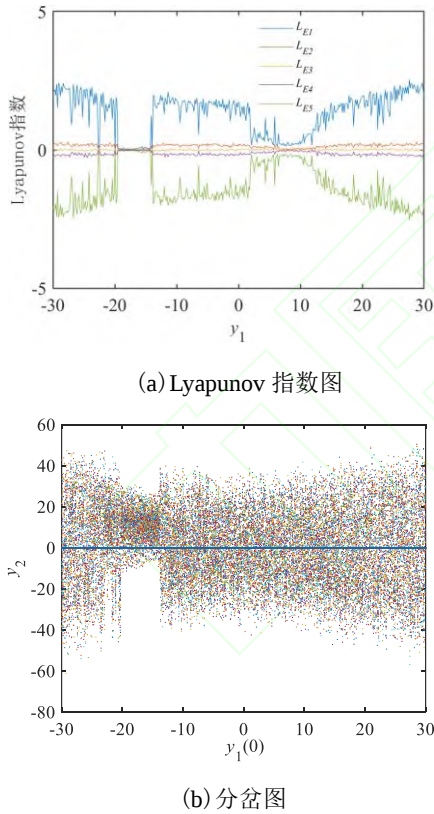


图 8 随初值 y_1 变化的 Lyapunov 指数图和分岔图

Fig. 8 Lyapunov exponent diagram and bifurcation diagram varying with initial value y_1

设参数 $a=10$ 、 $b=15$, 初值为 $S_0=(y_1, 8, 8, 8, 8)$, 在 $y_1=-17$ 处和 $y_1=-5$ 处分别绘制系统(1)的相轨迹图, 如图 9 所示。图 9(a)的相轨迹规律且不重复, 体现系统(1)的拟周期特征; 图 9(b)的相轨迹发散且不规律, 体现系统(1)的超混沌特征。

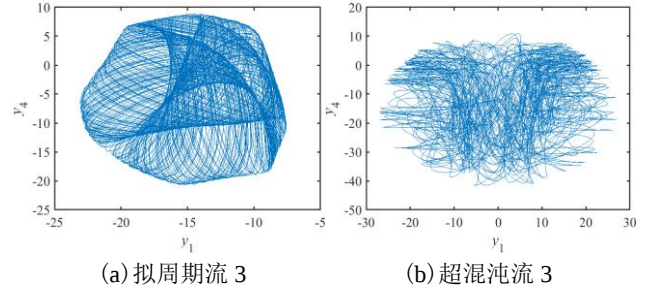


图 9 随初值 y_1 变化的相轨迹图

Fig. 9 Phase trajectory diagram varying with initial value y_1

设系统(1)参数 $a=10$, $b=15$, 初值 $S_0=(y_1, 8, 8, 8, 8)$, 在 $y_1=-17$ 与 $y_1=-5$ 处绘制系统(1)的时序图, 如图 10 所示。超混沌状态和拟周期状态分别用绿色和红色标记, 图中红色轨道表现出规则的、重复的振荡模式, 振幅和频率相对稳定, 体现拟周期特性; 绿色轨道表现出不规则的、非重复的振荡, 体现超混沌特性。

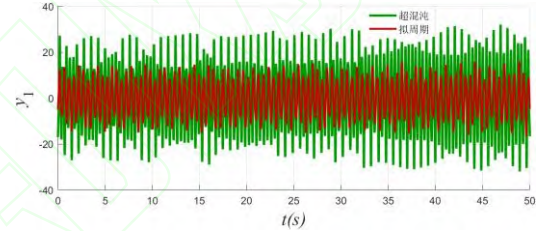


图 10 系统(1)关于初值 y_1 的时序图

Fig. 10 Timing diagram of system (1) about initial value y_1

变化其他初值 y_2 、 y_3 、 y_4 、 y_5 时, 系统(1)表现出与 y_1 变化时相似的多稳定性, 即该系统在拟周期状态和超混沌状态之间切换, 这表明系统(1)的多稳定性具有全局性。限于篇幅, 本文仅给出系统(1)随 y_1 变化的多稳定性分析。

3 FPGA 实现

混沌系统在进行硬件实现之前, 需要先对其进行离散化处理。

3.1 混沌系统的离散化

为便于电路设计, 采用 Euler 法对系统(1)进行离散化处理, 该方法在很多文献^[31-33]中也经常被采用。系统(1)离散化为

$$\begin{cases} y_1(k+1) = [y_1(k)y_2(k) + ay_5(k)]g\Delta T + y_1(k) \\ y_2(k+1) = [-y_1(k)^2 + y_3(k)^2]g\Delta T + y_2(k) \\ y_3(k+1) = [-y_2(k)y_3(k) + y_3(k)y_4(k) + by_3(k)]g\Delta T + y_3(k) \\ y_4(k+1) = [-y_3(k)^2 + y_5(k)^2]g\Delta T + y_4(k) \\ y_5(k+1) = [-y_4(k)y_5(k) - ay_1(k) - by_5(k)]g\Delta T + y_5(k) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $y_1(k)$ 、 $y_2(k)$ 、 $y_3(k)$ 、 $y_4(k)$ 、 $y_5(k)$ 为当前迭

代序列; $y_1(k+1)$ 、 $y_2(k+1)$ 、 $y_3(k+1)$ 、 $y_4(k+1)$ 、 $y_5(k+1)$ 为下一迭代序列; ΔT 为离散采样时间, 本文选取 $\Delta T = 0.001s$, 这种选取策略在 FPGA 设计中是一种常见的选择^[32, 34], 它能够在保证数值精度的同时兼顾运算效率。

3.2 FPGA 设计

3.2.1 FPGA 设计流程

完成系统(1)的离散化后, 需在 Matlab/Simulink 中使用 DSP Builder 模块搭建模拟电路, FPGA 实验平台的混沌系统实现流程如图 11 所示。

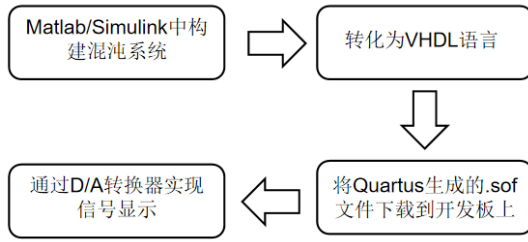


图 11 FPGA 实现流程

Fig. 11 FPGA implementation process

(1)在 Matlab/Simulink 中构建混沌系统, 设定模拟时刻, 观测模拟示功图与 Matlab 所绘相图的一致性, 验证系统 DSP Builder 建模的正确性, 此步骤尤为重要, 若建模错误, 则无法顺利完成后续工作。

(2)在 DSP Builder 模式下, 单击 Signal Compiler 模块, 将 Simulink 建模文件转化为 VHDL 的硬件描述语言, 并对其进行合成和编译。

(3)将上述顶层设计生成的 RTL 源代码与工程文档进行合成、编译、自适应与模拟, 将 Quartus 生成的 .sof 文件下载到开发板上进行处理。

(4)通过 14 位 D/A 转换器将数字信号转换为模拟信号, 将信号传送至数字示波器, 以实现对该信号的显示。

3.2.2 数字电路系统

在 FPGA 实现中, 由于数字系统的离散性和有限字长效应, 需要对数据进行截位处理。采用 32 位定点数表示, 乘法运算后截取高 32 位以维持数据位宽一致, 这种截位方法在保证精度的同时有效防止了数据溢出。

基于 Matlab/Simulink 使用 DSP Builder 模块搭建系统(1)的电路系统如图 12 所示, 其中用到的元件包括输入模块、输出模块、加法器、乘法器、放大器、Altera 总线模块等。Constant1、Constant2、Constant3、Constant4 和 Constant5 分别表示初值 $y_1(0)$ 、 $y_2(0)$ 、 $y_3(0)$ 、 $y_4(0)$ 和 $y_5(0)$ 的值, 增益 Gain1、Gain3 表示参数 a 的值, 增益 Gain2、Gain4 表示参数 b 的值。

图 12 中系统(1)的第一条等式 $\dot{y}_1$ 设计流程为: 将 $y_5(k)$ 通过增益 Gain1 进行缩放, 将其与当前迭代序列 $y_1(k)$ 与 $y_2(k)$ 的乘积相加, 所得的和通过增益 Gain5 进行缩放, 缩放后的值通过加法器 Adder6 与当前迭代序列 $y_1(0)$ 相加得到下一周期序列 $y_1(k+1)$ 。系统(1)中其他等式设计原理与 $\dot{y}_1$ 相同, 不再赘述。

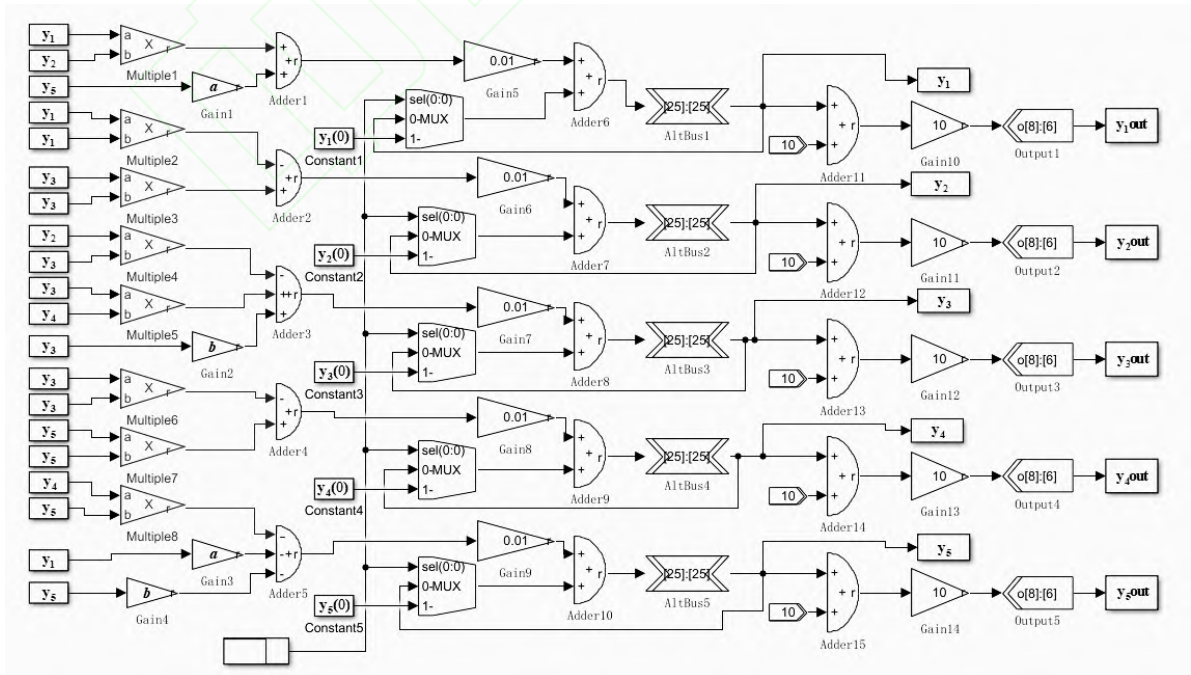


图 12 系统(1)的电路模型

Fig. 12 Circuit model of system (1)

3.2.3 实现结果

示波器观察到系统(1)的 FPGA 实现结果如图 13 所示。固定电路模型中 Constant1、Constant2、Constant3、Constant4 和 Constant5 为 8, Gain2 和 Gain4 为 15。令 Gain1、Gain3 为 20, 通过示波器可以观察到系统(1)表现为拟周期流 1 如图 13(a)所示; 令 Gain1、Gain3 为 3.5, 通过示波器可以观察到系统(1)表现为超混沌流 1 如图 13(b)所示。固定 Constant2、Constant3、Constant4 和 Constant5 为 8, Gain1、Gain3 为 10, Gain2 和 Gain4 为 15, 令 Constant1 分别为 -17 和 -5, 通过示波器可以观察到系统(1)表现为拟周期流 2 和超混沌流 2, 分别如图 13(c)和图 13(d)所示。实验结果与图 4 和图 9 的数值分析一致, 硬件实现效果较好, 充分说明该保守超混沌系统的可行性, 并从物理角度进一步验证了其多稳定性。

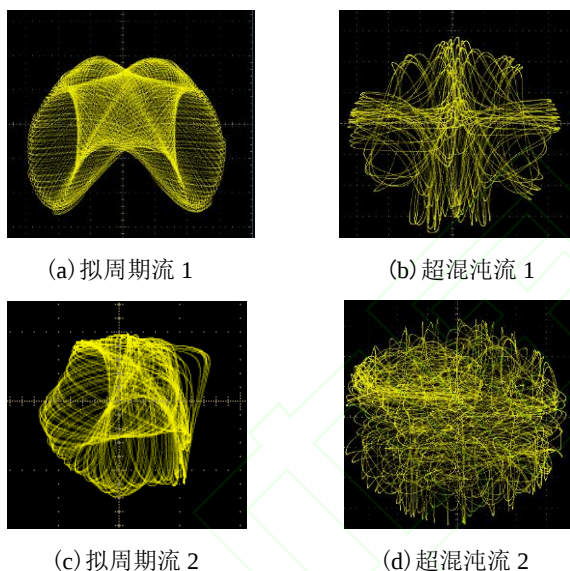


图 13 示波器观察到系统(1)的 FPGA 实现结果

Fig. 13 The oscilloscope observed the FPGA implementation result of system (1)

4 结 语

本文对一个保守超混沌的复杂动态特性进行研究, 通过数值分析, 从 Lyapunov 指数的零和特性方面说明了该超混沌系统相空间体积保守, 通过对 Lyapunov 指数图、分岔图、相轨迹图和时序图的分析, 验证该保守超混沌系统的多稳定特性。基于 DSP Bulider, 对该保守超混沌系统进行 FPGA 设计, 观察到实验结果与数值仿真结果相对应, 不仅从物理特性上说明了保守超混沌的存在, 而且为混沌应用

提供了物理模型。

参考文献:

- [1] Jia Hongyan, Wang Hejin, Yu Haibo, et al. A new class of locally Hamiltonian conservative chaotic systems with the controlled multi-scrolls[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2025, 197: 116505.
- [2] 贾红艳, 王合进, 李伟. 一个广义哈密顿混沌系统及其在图像加密中的应用[J]. 天津科技大学学报, 2026, 41(1):51-60.
- [3] 贾红艳, 李伟, 刘靖雯. 一种基于多卷保守混沌系统的伪随机信号发生器的设计及实现[J]. 天津科技大学学报, 2023, 38(6):69-74.
- [4] Dong Enzeng, Yuan Mingfeng, Du Shengzhi, et al. A new class of Hamiltonian conservative chaotic systems with multistability and design of pseudo-random number generator[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 73: 40-71.
- [5] Qi Guoyuan, Hu Jianbing, Wang Ze. Modeling of a Hamiltonian conservative chaotic system and its mechanism routes from periodic to quasiperiodic, chaos and strong chaos[J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 78: 350-365.
- [6] Dong Enzeng, Zhang Zhijun, Yuan Mingfeng, et al. Ultimate boundary estimation and topological horseshoe analysis on a parallel 4D hyperchaotic system with any number of attractors and its multi-scroll[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95(4): 3219-3236.
- [7] Dong Enzeng, Yuan Mingfeng, Zhang Cong, et al. Topological horseshoe analysis, ultimate boundary estimations of a new 4D hyperchaotic system and its FPGA implementation[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2018, 28(7): 1850081.
- [8] 王忠林, 王光义. 一个超混沌系统的设计与电路实现[J]. 电机与控制学报, 2009, 13(增刊 1):193-198.
- [9] Bao B C, Bao H, Wang N, et al. Hidden extreme multistability in memristive hyperchaotic system[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2017, 94: 102-111.
- [10] Chen Mo, Sun Mengxia, Bao Bocheng, et al. Controlling extreme multistability of memristor emulator-based

- dynamical circuit in flux-charge domain[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(2): 1395-1412.
- [11] Zhang Xiaohong, Xu Jingjing, Moshayedi A J. Design and FPGA implementation of a hyperchaotic conservative circuit with initial offset-boosting and transient transition behavior based on memcapacitor[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2024, 179: 114460.
- [12] Yang Min, Dong Chengwei, Pan Hepeng. Generating multi-directional hyperchaotic attractors: a novel multi-scroll system based on Julia fractal[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2024, 637: 129586.
- [13] Pisarchik A N, Jaimes-Re ãguez R, Rodr íguez-Flores C, et al. Secure chaotic communication based on extreme multistability[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, 358(4): 2561-2575.
- [14] 徐昌彪,黎金龙,许浩南.一种基于 Logistic 电平脉冲的多涡卷系统及其图像加密应用[J]. *电子与信息学报*, 2022, 44(12): 4328-4336.
- [15] Dong Qing, Zhou Shihua, Zhang Qiang, et al. A class of 5D Hamiltonian conservative hyperchaotic systems with symmetry and multistability[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 110(3): 2889-2912.
- [16] Zhong Guoqun, Man Kimfung, Chen Guanrong. A systematic approach to generating n-scroll attractors[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(12): 2907-2915.
- [17] 刘强,方锦清,赵耿,等.基于 FPGA 技术的混沌加密系统研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(13): 78-83.
- [18] 黄泽锬,禹思敏,周武杰.基于 FPGA 技术的混沌数字图像加密与硬件实现[J]. *通信技术*, 2008, 41(12): 343-346.
- [19] 程海.基于 FPGA 的图像加密关键技术研究[D]. 哈尔滨: 黑龙江大学, 2015: 90-93.
- [20] 李敬园.基于 FPGA 的视频混沌加密技术研究[D]. 广州: 广东工业大学, 2013: 46-54.
- [21] Wang Guangyi, Bao Xulei, Wang Zhonglin. Design and FPGA implementation of a new hyperchaotic system[J]. *Chinese Physics B*, 2008, 17(10): 3596-3602.
- [22] 王雅.基于非线性反馈同步的混沌加密系统设计及 FPGA 实现[D]. 哈尔滨: 黑龙江大学, 2023: 31-36.
- [23] Bahi J M, Fang Xiaole, Guyeux C, et al. FPGA design for pseudorandom number generator based on chaotic iteration used in information hiding application[J]. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 2013, 7(6): 2175-2188.
- [24] Li Chengqing, Zhang Yun, Xie E Y. When an attacker meets a cipher-image in 2018: a year in review[J]. *Journal of Information Security and Applications*, 2019, 48: 102361.
- [25] Dong Qing, Zhou Shihua, Zhang Qiang, et al. A new five-dimensional non-Hamiltonian conservative hyperchaos system with multistability and transient properties[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2023, 175: 113998.
- [26] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, et al. *Numerical recipes: The art of scientific computing* [M]. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2007: 907-910.
- [27] Strogatz S H. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering* [M]. 2nd ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2018: 35-36.
- [28] Pisarchik A N, Feudel U. Control of multistability[J]. *Physics Reports*, 2014, 540(4): 167-218.
- [29] Feudel U. Complex dynamics in multistable systems[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2008, 18(6): 1607-1626.
- [30] Gavrilov N, Shilnikov A. Example of a blue sky catastrophe[M]//Lerman L. *Methods of qualitative theory of differential equations and related topics*. [S.l.]: American Mathematical Society, 2000: 99-104.
- [31] Dong Enzeng, Li Ronghao, Du Shengzhi. A multi-directional controllable multi-scroll conservative chaos generator: modelling, analysis, and FPGA implementation[J]. *Chinese Physics B*, 2021, 30(2): 020505.
- [32] 张贵重,全旭,刘嵩.一个具有超级多稳定性的忆阻混沌系统的分析与 FPGA 实现[J]. *物理学报*, 2022, 71(24): 8-9.
- [33] Guang Yerui, Zhang Yuanpeng, Ding Qun. A multi-dimensional controllable multi-scroll conservative chaotic system with lightweight and high-throughput circuit implementation: Y. Guang et al[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2025: 25219-25242.
- [34] 陈忠告.多卷哈密顿保守混沌系统的研究及 FPGA 实现[D]. 天津: 天津科技大学, 2022: 12.