



DOI:10.13364/j.issn.1672-6510.20240090

网络首发日期: 2025-01-15; 网络首发地址: <http://link.cnki.net/urlid/12.1355.n.20250114.1508.007>

## 多故障并发非线性系统的固定时间自适应模糊控制

游国栋<sup>1</sup>, 王盛<sup>1</sup>, 李兴韞<sup>2</sup>, 武劲圆<sup>3</sup>, 张海龙<sup>1</sup>, 张帅<sup>1</sup>

(1. 天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300457;

2. 天津科技大学机械工程学院, 天津 300457; 3. 天津市第一中心医院, 天津 300192)

**摘要:** 针对同时具有执行器和传感器故障的严格反馈非线性系统, 提出一种新型的自适应固定时间控制策略。本研究考虑的故障包括固定偏差、漂移、精度下降和有效性下降。首先, 通过 Lyapunov 函数和杨氏不等式定理结合模糊逻辑系统 (FLSs) 处理系统中的未知项。其次, 设计了一种改进的基于时变的相对阈值策略的事件触发控制器, 有效提高了系统的控制精度。再次, 在设计的自适应控制器下, 验证了跟踪误差满足预定约束边界, 所有闭环系统信号在固定时间内都概率有界。最后, 通过仿真实例验证了所提控制策略的有效性。

**关键词:** 不确定非线性系统; 自适应事件触发控制; 固定时间控制; 执行器故障; 传感器故障

中图分类号: TP273<sup>+</sup>.4

文献标志码: A

文章编号: 1672-6510(2026)01-0073-08

## Fixed-Time Adaptive Fuzzy Control for Multi-Fault Concurrent Nonlinear Systems

YOU Guodong<sup>1</sup>, WANG Sheng<sup>1</sup>, LI Xingyun<sup>2</sup>, WU Jinyuan<sup>3</sup>, ZHANG Hailong<sup>1</sup>, ZHANG Shuai<sup>1</sup>

(1. College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300457,

China; 2. College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300457, China;

3. Tianjin First Central Hospital, Tianjin 300192, China)

**Abstract:** A new adaptive fixed-time control strategy is proposed for strict feedback nonlinear systems affected by both actuator and sensor faults. The types of faults considered in this study encompass fixed deviation, drift, decrease in accuracy, and decrease in effectiveness. The approach first simultaneously employs Lyapunov functions and Young's inequality theorem in conjunction with fuzzy logic systems (FLSs) to address unknown terms within the system. Additionally, an enhanced event-triggered controller based on a time-varying relative threshold strategy is developed, effectively enhancing the control accuracy of the system. Furthermore, it was demonstrated under the designed adaptive controller that the tracking error meets the predetermined constraint boundary, and all signals of the closed-loop system are probability bounded within a fixed time. Finally, the efficacy of the proposed control strategy was validated through simulation examples.

**Key words:** uncertain nonlinear system; adaptive event-triggered control; fixed-time control; actuator faults; sensor faults

**引文格式:**

游国栋, 王盛, 李兴韞, 等. 多故障并发非线性系统的固定时间自适应模糊控制[J]. 天津科技大学学报, 2026, 41(1): 73-80.

YOU G D, WANG S, LI X Y, et al. Fixed-time adaptive fuzzy control for multi-fault concurrent nonlinear systems[J]. Journal of Tianjin university of science and technology, 2026, 41(1): 73-80.

在工业自动化高速发展的当今时代, 系统中经常会出现传感器故障和执行器故障, 因此对故障的研究

收稿日期: 2024-04-27; 修回日期: 2024-10-10

作者简介: 游国栋(1973—), 男, 山西人, 教授, yougdong@tust.edu.cn

也更受关注<sup>[1-10]</sup>。针对具有无限数量执行器故障的非线性系统, Zhang 等<sup>[1]</sup>提出一种自适应定时控制器。对不确定非线性系统, 在考虑执行器故障的情况下, Zhao 等<sup>[2]</sup>给出了定时控制策略。面对同时具有输入约束和传感器故障的非线性系统, Hu 等<sup>[3]</sup>提出一种事件触发固定时间控制策略。但上述这些研究没有考虑同时具有执行器和传感器故障的情况。近些年来, 自适应控制在容错控制 (FTC) 的研究中得到了广泛应用。针对具有多传感器故障情况, Yu 等<sup>[4]</sup>提出一种涉及故障状态的改进反步技术, 并且设计了自适应模糊容错控制策略保证系统的定时稳定。Zhang 等<sup>[5]</sup>借助自适应神经网络技术和固定时间理论, 提出一种基于反步技术的自适应控制器。Wang 等<sup>[6]</sup>通过模糊逻辑系统 (FLSs) 逼近误差, 并且在控制器构造中提出误差自适应律。上述文献针对具有故障的非线性系统提出自适应控制策略, 但对固定时间控制问题没有涉及。在当今的工业控制中, 容错控制备受关注, 容错控制可分为被动容错控制和主动容错控制两类。其中, 更具灵活性的主动容错控制更受研究人员的青睐。例如: Cheng 等<sup>[7]</sup>提出一种由故障检测、故障隔离、故障状态估计和可重构控制器组成的容错控制器; Du 等<sup>[8]</sup>面对存在故障的一阶非线性多智能体系统, 设计了一种基于自适应容错控制技术的全分布式自适应策略。

借鉴 Li 等<sup>[11]</sup>的思想, 本文考虑了同时具有执行器和传感器故障的情况, 并在其中考虑了固定偏差、漂移、精度的下降和有效性的下降。本文的优势是考虑的故障类型较为一般, 使开发的设计方案能够更好地应用于实际情况。并且, 本文所设计的自适应事件触发控制方法, 通过引入中间变量, 成功将事件触发 (ETC) 信号与执行器故障模型和自适应控制律设计相结合, 进一步有效地剔除冗余项, 避免烦琐的效果。

在现有研究中, 面对初始状态未知的情况, 有限时间控制策略不能达到很好的预期效果。但是, 本文所提出的固定时间控制策略与系统的初始状态无关, 其收敛时间仅与设计参数有关, 具有更好的系统稳定性和瞬态性能。

**注释 1:** 执行器和传感器故障会导致系统性能下降甚至失效。在许多应用中, 系统需要在固定的时间内做出响应。研究固定时间模糊控制可以提高系统在故障情况下的鲁棒性, 确保其在一定时间内达到预定性能。本文的局限性在于模糊控制器的参数需要根据具体系统进行调整, 缺乏通用性, 而且尽管模糊

控制可以减小计算复杂度, 但在实时应用中, 计算负担可能依旧较重, 尤其是在多输入多输出系统中。

**注释 2:** 与有限时间自适应控制相比, 本文提出的固定时间控制律具有较高跟踪性能的优点。此外, 新提出的控制律比有限时间的结果更优, 并且收敛时间与初始条件无关, 可以通过修改参数进行设计。在控制律设计过程中, 事件触发机制可以大幅减轻系统通信负担。

## 1 系统描述与预备知识

本文所考虑具有严格反馈结构的单输入单输出非线性系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + \varphi_i(\bar{x}_i) + d_i(t), i=1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = u^s(t) + \varphi_n(x_n) + d_n(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\bar{x}_i = (x_1, \dots, x_i) \in R^i, i=1, 2, \dots, n$  是系统状态;  $u^s(t) \in R$  是控制输入,  $y \in R$  是系统检测输出;  $d_i(t)$  是有界的外部扰动, 并且满足  $|d_i(t)| \leq D_i$ ;  $\varphi_i(\cdot)$  是未知光滑非线性函数。

$$x_i^s = \kappa_i(t)x_i + \chi_i(t), i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$u^s(t) = \kappa_0(t)v(t) + u^p(t) \quad (3)$$

式中:  $\kappa_i(t)$  表示失效故障,  $\chi_i(t)$  表示偏差、漂移、精度下降和有效性下降。

故障的细节见表 1, 其中  $t_i$  表示不同故障发生的相应时刻。存在正常数  $\aleph_i$  满足  $|\dot{\chi}_i(t)| < \aleph_i$ 。

表 1 执行器和传感器故障

Tab. 1 Actuator and sensor faults

故障类型	故障表达式
偏差	$\kappa_i = 1, \chi_i(t) = 0, v_i(t) \neq 0, \forall t \geq t_i$
漂移	$\kappa_i = 1,  \chi_i(t)  = \tau_i t, 0 < \tau_i \leq 1, \forall t \geq t_i$
精度下降	$\kappa_i = 1, \dot{\chi}_i(t) \rightarrow 0,  \chi_i(t)  < \bar{\chi}_i, \forall t \geq t_i$
有效性下降	$0 < \kappa_i \leq 1, \chi_i(t) = 0, \forall t \geq t_i$

对执行器和传感器故障, 进行以下 3 个假设。

**假设 1**<sup>[12]</sup>: 对  $\ell_i(t), i=1, 2, \dots, n$ , 存在正常数  $\ell_{i,0}$ , 以下不等式成立:

$$\ell_{i,0} \leq \ell_i(t) \leq 1 \quad (4)$$

**假设 2**<sup>[13]</sup>: 扰动  $d_i(t)$  和它们的一阶导数  $\dot{d}_i(t)$  均为有界的, 其中  $i=1, 2, \dots, n$ 。

**假设 3**<sup>[14]</sup>: 给定的参考信号  $y_r(t)$  及其一阶到  $n$  阶导数均为已知的、有界的、分段连续的。

**注释 3:** 假设 2 中指出外部干扰  $d_i(t)$  是有界的, 目的是便于控制器设计, 在实际工程中是合理的。并

且, 本文所提出的假设 2 和假设 3 均是基于反步技术的固定时间自适应 ETC 设计过程中的常规假设。

**引理 1**<sup>[15]</sup>: 对定义在紧集  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  上的连续函数  $\phi(x)$ , 总存在一个 FLSs, 使得对  $\forall \omega > 0$ , 都有

$$\sup_{x \in \Omega} |\bar{\psi}(X) - \mathfrak{S}^{*T} \phi(X)| \leq \varepsilon \quad (5)$$

**引理 2**<sup>[16]</sup>: 对任意  $a \in \mathbb{R}$  和  $b > 0$ , 双曲正切函数满足

$$0 \leq |a| - a \tanh(a/b) < 0.2785b = b' \quad (6)$$

**引理 3**<sup>[17]</sup>(杨式不等式): 对  $p > 1$ ,  $q > 1$ , 且  $1/q + 1/p = 1$ , 和  $a > 0$ ,  $b > 0$  存在以下不等式

$$ab \leq a^p / p + b^q / q \quad (7)$$

**引理 4**<sup>[18]</sup>: 考虑系统  $\dot{\psi} = \phi(\psi)$ , 若存在一个光滑正定函数  $V(\psi)$  使

$$\dot{V}(\psi) \leq -BV^\delta(\psi) - CV^\beta(\psi) \quad (8)$$

其中  $B, C, \delta, X$  均为常数, 且  $B, C > 0$ ,  $0 < \delta < 1$ ,  $X > 0$ , 则系统是概率固定时间稳定的, 并且期望收敛时间满足

$$E(T) \leq T_{\text{MAX}} = 1/[B(1-\delta)] + 1/[C(\beta-1)] \quad (9)$$

**引理 5**<sup>[19]</sup>: 对任何给定  $\chi_i \in \mathbb{R}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ ,  $0 < o < 1$ , 以下不等式成立:

$$\left( \sum_{i=1}^n |\chi_i| \right)^o \leq \sum_{i=1}^n |\chi_i|^o \leq n^{1-o} \left( \sum_{i=1}^n |\chi_i| \right)^o \quad (10)$$

**引理 6**<sup>[20]</sup>: 对任意实变量  $\alpha$  和  $\beta$ , 存在以下不等式

$$|\alpha|^a |\beta|^b \leq \frac{a}{a+b} c |\alpha|^{a+b} + \frac{b}{a+b} c^{\frac{a}{b}} |\beta|^{a+b} \quad (11)$$

控制方案框图如图 1 所示。

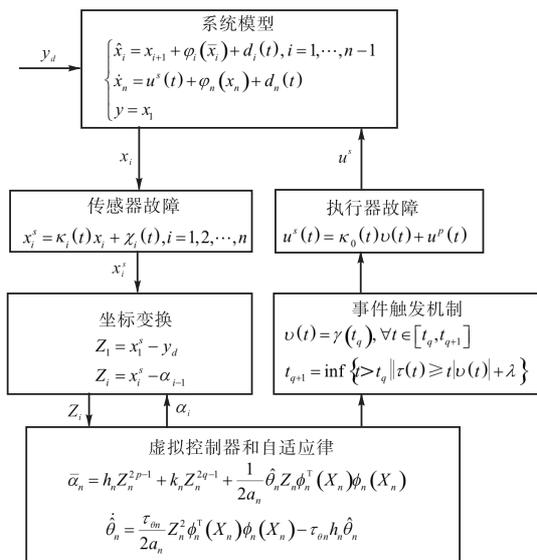


图 1 控制方案框图

Fig. 1 Block diagram of control scheme

## 2 事件触发控制器设计

采用反步递推设计技术进行设计, 并给出以下坐标变换:

$$Z_1 = x_1^s - y_d, Z_i = x_i^s - \alpha_{i-1} \quad (12)$$

式中:  $\alpha_{i-1}$  为第  $i-1$  步中的虚拟控制信号。

第 1 步: 根据式 (1), 可以得到

$$\dot{Z}_1 = \dot{x}_1^s - \dot{y}_d \quad (13)$$

选择 Lyapunov 函数, 为

$$V_1 = \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{\kappa_{1,0}}{2\tau_{\theta 1}} \tilde{\theta}_1^2 \quad (14)$$

式中:  $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ ,  $\tilde{\theta}_1$  为  $\theta_1$  的近似误差;  $\tau_{\theta 1}$  为需要设计的参数。

结合式 (14) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= Z_1 \frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} [Z_2 + \alpha_1 - \chi_2(t)] + Z_1 \dot{\chi}_1(t) - \\ &Z_1 \dot{y}_d + Z_1 \kappa_1(t) d_1(t) + Z_1 \dot{\kappa}_1(t) x_1 + \\ &Z_1 \kappa_1(t) \varphi_1(x_1) - \frac{\kappa_{1,0}}{\tau_{\theta 1}} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \end{aligned} \quad (15)$$

由引理 3, 可以得到

$$Z_1 \kappa_1(t) d_1(t) + Z_1 \dot{\chi}_1(t) \leq \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{1}{2} D_1^2 + \frac{1}{2} \kappa_1^2 \quad (16)$$

$$\frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} Z_1 Z_2 \leq \frac{1}{2\kappa_{1,0}^2} Z_1^2 + \frac{1}{2} Z_2^2 \quad (17)$$

式中:  $|d_1(t)| \leq D_1$ ,  $|\dot{\chi}_1(t)| < \kappa_1$ 。

可以令

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_1(X_1) &= -\frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} \chi_2(t) + \left( \frac{1}{2\kappa_{1,0}^2} + 1 \right) Z_1 + \\ &\kappa_1(t) \varphi_1(x_1) + \dot{\kappa}_1(t) x_1 - \dot{y}_d \end{aligned} \quad (18)$$

式中:  $X_1 = (x_1^s, \theta_1)$ 。

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq Z_1 \left[ \frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} \alpha_1 + \bar{\psi}_1(X_1) \right] + \frac{1}{2} Z_2^2 + \frac{1}{2} D_1^2 + \\ &\frac{1}{2} \kappa_1^2 - \frac{\kappa_{1,0}}{\tau_{\theta 1}} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \end{aligned} \quad (19)$$

利用 FLSs 的近似能力, 由引理 1 可以得到

$$\bar{\psi}_1(X_1) = \mathfrak{S}_1^{*T} \phi_1(X_1) + \bar{\varepsilon}_1(X_1) \quad (20)$$

由式 (19) 和引理 3, 可以得到

$$\begin{aligned} Z_1 \bar{\psi}_1(X_1) &\leq \frac{\kappa_{1,0}}{2a_1} Z_1^2 \theta_1 \phi_1^T(X_1) \phi_1(X_1) + \\ &\frac{a_1}{2\kappa_{1,0}} + \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 \end{aligned} \quad (21)$$

式中:  $a_i$  为正设计参数,  $\theta_i \triangleq \|\mathfrak{S}_i^*\|^2$ 。

设计虚拟控制信号  $\alpha_i$ , 为

$$\alpha_i = -\bar{\alpha}_i \tanh\left(\frac{Z_i \bar{\alpha}_i}{\lambda_i}\right) \quad (22)$$

$$\bar{\alpha}_i = h_i Z_i^{2p-1} + k_i Z_i^{2q-1} + \frac{1}{2a_i} \hat{\theta}_i Z_i \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) \quad (23)$$

根据引理 2, 可以得到

$$Z_i \kappa_{i,0} \alpha_i \leq -Z_i \kappa_{i,0} \bar{\alpha}_i + 0.2785 \kappa_{i,0} \lambda_i \quad (24)$$

设计自适应参数律  $\hat{\theta}_i$ , 为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{\tau_{\theta i}}{2a_i} Z_i^2 \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) - \tau_{\theta i} h_i \hat{\theta}_i \quad (25)$$

令  $\Delta_1 = \frac{a_1}{2\kappa_{1,0}} + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{2} D_1^2 + \frac{1}{2} \kappa_1^2 + 0.2785 \kappa_{1,0} \lambda_1$ , 则有

$$\dot{V}_1 \leq -\kappa_{1,0} (h_1 Z_1^{2p} + k_1 Z_1^{2q}) + \Delta_1 + \frac{1}{2} Z_2^2 + \tau_{\theta 1} h_1 \tilde{\theta}_1 \hat{\theta}_1 \quad (26)$$

第  $i$  步: 根据式 (1), 可以得到

$$\dot{Z}_i = \dot{x}_i^s - \dot{\alpha}_{i-1} \quad (27)$$

选择 Lyapunov 函数, 为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} Z_i^2 + \frac{\kappa_{i,0}}{2\tau_{\theta i}} \tilde{\theta}_i^2 \quad (28)$$

式中:  $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ ,  $\tilde{\theta}_i$  为  $\theta_i$  的近似误差;  $\tau_{\theta i}$  为需要设计的参数。

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \dot{V}_{i-1} + Z_i \frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} [Z_{i+1} + \alpha_i - \chi_{i+1}(t)] + \\ & Z_i \kappa_i(t) \varphi_i(x_i) + Z_i \kappa_i(t) d_i(t) + \\ & Z_i \dot{\kappa}_i(t) x_i + Z_i \dot{\chi}_i(t) - Z_i \dot{\alpha}_{i-1} - \frac{\kappa_{i,0}}{\tau_{\theta i}} \tilde{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i \end{aligned} \quad (29)$$

由引理 3, 可以得到

$$-Z_i \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} d_j(t) \leq \frac{1}{2} Z_i^2 \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j}\right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} D_j^2 \quad (30)$$

$$\frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} Z_i Z_{i+1} \leq \frac{1}{2\kappa_{i,0}^2} Z_i^2 + \frac{1}{2} Z_{i+1}^2 \quad (31)$$

$$Z_i \kappa_i(t) d_i(t) + Z_i \dot{\chi}_i(t) \leq \frac{1}{2} Z_i^2 + \frac{1}{2} D_i^2 + \frac{1}{2} \kappa_i^2 \quad (32)$$

式中:  $|d_i(t)| \leq D_i$ ,  $|\dot{\chi}_i(t)| < \kappa_i$ 。

可以令

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_i(X_i) = & \frac{3}{2} Z_i - \frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} \chi_{i+1}(t) + \kappa_i(t) \varphi_i(x_i) + \\ & \dot{\kappa}_i(t) x_i - \dot{\alpha}_{i-1} + \frac{1}{2} Z_i \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j}\right)^2 + \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{1}{2\kappa_{i,0}^2} Z_i$$

式中:  $X_i = (x_i^s, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{i-1})$ 。

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^{i-1} \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \sum_{j=1}^{i-1} \tau_{\theta j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \\ & \Delta_{i-1} - \frac{1}{2} Z_i^2 + Z_i \left[ \frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} \alpha_i + \bar{\psi}_i(X_i) \right] + \\ & \frac{1}{2} Z_{i+1}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i D_j^2 + \frac{1}{2} \kappa_i^2 - \frac{\kappa_{i,0}}{\tau_{\theta i}} \tilde{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i \end{aligned} \quad (34)$$

通过利用 FLSs 的近似能力, 由引理 1 可以得到

$$\bar{\psi}_i(X_i) = \mathfrak{S}_i^{*T} \phi_i(X_i) + \bar{\varepsilon}_i(X_i) \quad (35)$$

由式 (35) 和引理 3, 可以得到

$$\begin{aligned} Z_i \bar{\psi}_i(X_i) \leq & \frac{\kappa_{i,0}}{2a_i} Z_i^2 \theta_i \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) + \\ & \frac{a_i}{2\kappa_{i,0}} + \frac{1}{2} Z_i^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \end{aligned} \quad (36)$$

式中:  $a_i$  是正设计参数,  $\theta_i \triangleq \|\mathfrak{S}_i^*\|^2$ 。

设计虚拟控制信号  $\alpha_i$ , 为

$$\alpha_i = -\bar{\alpha}_i \tanh\left(\frac{Z_i \bar{\alpha}_i}{\lambda_i}\right) \quad (37)$$

$$\bar{\alpha}_i = h_i Z_i^{2p-1} + k_i Z_i^{2q-1} + \frac{1}{2a_i} \hat{\theta}_i Z_i \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) \quad (38)$$

根据引理 2, 可以得到

$$Z_i \kappa_{i,0} \alpha_i \leq -Z_i \kappa_{i,0} \bar{\alpha}_i + 0.2785 \kappa_{i,0} \lambda_i \quad (39)$$

设计自适应参数律  $\hat{\theta}_i$ , 为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{\tau_{\theta i}}{2a_i} Z_i^2 \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) - \tau_{\theta i} h_i \hat{\theta}_i \quad (40)$$

将式 (36) 一式 (40) 代入式 (34) 中, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^i \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \\ & \sum_{j=1}^i \tau_{\theta j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j \Delta_i + \frac{1}{2} Z_{i+1}^2 \end{aligned} \quad (41)$$

式中:  $\Delta_i = \Delta_{i-1} + 0.2785 \kappa_{i,0} \lambda_i + \frac{a_i}{2\kappa_{i,0}} + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i D_j^2 + \frac{1}{2} \kappa_i^2$ 。

第  $n$  步: 选择使用一种时变相对阈值策略设计事件触发控制器。事件触发的条件为

$$v(t) = \gamma(t_q), \forall t \in [t_q, t_{q+1}) \quad (42)$$

$$t_{q+1} = \inf\{t > t_q \mid \tau(t) \geq \iota |v(t)| + \lambda\} \quad (43)$$

式中:  $\gamma(t)$  为基于自适应律设计的事件触发控制器,  $t_q$  为控制器更新时间。

测量误差  $\lambda(t) = \gamma(t) - v(t)$ , 并且  $0 < \iota < 1$ ,  $0 < \lambda < 1$ 。由式 (42) 可以得到

$$v(t) = \frac{\rho(t) - \gamma\theta_2(t)}{1 + t\theta_1(t)} \quad (44)$$

事件触发控制器可以设计为

$$\rho(t) = (1+t) \left[ \varphi_n - \lambda \tanh\left(\frac{\lambda Z_n}{\eta}\right) \right] \quad (45)$$

**注释 4:** 截至现在, 已经成功设计出虚拟控制律式(22)、式(37), 自适应控制律式(25)、式(40)。接下来通过引入事件触发技术, 设计第  $n$  步中的控制律和最终的容错控制器。

**注释 5:** 如果出现某个时刻的控制输入与前一刻的控制输入的偏差达到所要求的触发阈值, 则满足事件触发条件, 传感器将开始新的采样, 控制器将进行瞬态的相应调整。

根据式(1), 可以得到

$$\dot{Z}_n = \kappa_n(t) [\kappa_0(t) \frac{\rho(t) - \gamma\theta_2(t)}{1 + t\theta_1(t)} + u^p(t) + \varphi_n(x_n) + d_n(t)] + \dot{\kappa}_n(t)x_n + \dot{\chi}_n(t) - \dot{\alpha}_{n-1} \quad (46)$$

选择 Lyapunov 函数, 为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} Z_n^2 + \frac{\kappa_{n,0}}{2\tau_{\theta_n}} \tilde{\theta}_n^2 \quad (47)$$

式中:  $\tilde{\theta}_n = \theta_n - \hat{\theta}_n$ ,  $\tilde{\theta}_n$  为  $\theta_n$  的近似误差;  $\tau_{\theta_n}$  为需要设计的参数。

结合式(47)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & -\sum_{j=1}^{n-1} \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \sum_{j=1}^{n-1} \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j - \\ & \frac{\kappa_{n,0}}{\tau_{\theta_n}} \tilde{\theta}_n \dot{\hat{\theta}}_n + \Delta_{n-1} + \dot{\kappa}_n(t)x_n + \dot{\chi}_n(t) + \\ & Z_n \left[ \kappa_n(t) \left[ \kappa_0(t) \frac{\rho(t) - \gamma\theta_2(t)}{1 + t\theta_1(t)} - \dot{\alpha}_{n-1} + u^p(t) + \varphi_n(x_n) + d_n(t) \right] \right] \end{aligned} \quad (48)$$

由引理 3, 可以得到

$$-Z_n \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j(t) \leq \frac{1}{2} Z_n^2 \sum_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} D_j^2 \quad (49)$$

$$Z_n [\kappa_n(t) d_n(t) + \dot{\chi}_n(t)] \leq \frac{1}{2} (Z_n^2 + D_n^2 + \kappa_n^2) \quad (50)$$

式中:  $|d_n(t)| \leq D_n$ ,  $|\dot{\chi}_n(t)| < \kappa_n$ 。

可以令

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_n(X_n) = & \kappa_n(t) [u^p(t) + \varphi_n(x_n)] + \dot{\kappa}_n(t)x_n + \\ & Z_n - \dot{\alpha}_{n-1} + \frac{1}{2} Z_n \sum_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \right)^2 \end{aligned} \quad (51)$$

式中:  $X_n = (x_n^s, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{i-1}, \hat{\theta}_n)$ 。

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^{n-1} \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \sum_{j=1}^{n-1} \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \\ & \Delta_{n-1} + Z_n \left[ \kappa_n(t) \kappa_0(t) \frac{\rho(t) - \gamma\theta_2(t)}{1 + t\theta_1(t)} + \right. \end{aligned} \quad (52)$$

$$\left. \frac{1}{2} Z_n + \bar{\psi}_n(X_n) \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n D_j^2 + \frac{1}{2} \kappa_n^2 - \frac{\kappa_{n,0}}{\tau_{\theta_n}} \tilde{\theta}_n \dot{\hat{\theta}}_n$$

通过利用 FLSs 的近似能力, 由引理 1 可以得到

$$\bar{\psi}_n(X_n) = \mathfrak{S}_n^{*T} \phi_n(X_n) + \varepsilon_n(X_n) \quad (53)$$

由式(53)和引理 3, 可以得到

$$\begin{aligned} Z_n \bar{\psi}_n(X_n) \leq & \frac{\kappa_{n,0}}{2a_n} Z_n^2 \theta_n^T(X_n) \phi_n(X_n) + \\ & \frac{a_n}{2\kappa_{n,0}} + \frac{1}{2} Z_n^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_n^2 \end{aligned} \quad (54)$$

由式(52)可以得到

$$Z_n \kappa_n(t) \kappa_0(t) \frac{\rho(t)}{1 + t\theta_1(t)} \leq \left| \frac{Z_n \kappa_n(t) \kappa_0(t) \gamma}{1 - t} \right| \quad (55)$$

设置控制律  $\alpha_n$ , 为

$$\alpha_n = -\bar{\alpha}_n \tanh(Z_n \bar{\alpha}_n / \lambda_n) \quad (56)$$

$$\bar{\alpha}_n = h_n Z_n^{2p-1} + k_n Z_n^{2q-1} + \frac{1}{2a_n} \hat{\theta}_n Z_n \phi_n^T(X_n) \phi_n(X_n) \quad (57)$$

设计自适应参数律  $\dot{\hat{\theta}}_n$ , 为

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \frac{\tau_{\theta_n}}{2a_n} Z_n^2 \phi_n^T(X_n) \phi_n(X_n) - \tau_{\theta_n} h_n \hat{\theta}_n \quad (58)$$

将式(54)–(58)代入式(52)中, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^n \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \\ & \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \Delta_n \end{aligned} \quad (59)$$

式中:  $\Delta_n = \Delta_{n-1} + 0.2785 \kappa_{n,0} \lambda_n + \frac{a_n}{2\kappa_{n,0}} + \frac{1}{2} \varepsilon_n^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n D_j^2 + \frac{1}{2} \kappa_n^2$ 。

### 3 稳定性分析

选择 Lyapunov 函数  $V = V_n$ , 可以得到

$$\tilde{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i \leq -\tilde{\theta}_i^2 / 2 + \theta_i^2 / 2 \quad (60)$$

通过式(59)和(60)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^n \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) - \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \frac{1}{2} \tilde{\theta}_j^2 + \\ & \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \frac{1}{2} \theta_j^2 + \Delta_n \leq -\sum_{j=1}^n \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) - \end{aligned} \quad (61)$$

$$h\gamma \sum_{j=1}^n \frac{\tau_{\theta_j}}{2\gamma_j} \tilde{\theta}_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \theta_j^2 + \Delta_n$$

由引理 6, 可以得到

$$-\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i}\tilde{\theta}_i^2 + \left(\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i}\tilde{\theta}_i\right)^p \leq (1-p)p^{\frac{p}{1-p}} < 0 \quad (62)$$

$$-\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i}\tilde{\theta}_i^2 + \left(\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i}\tilde{\theta}_i\right)^q \leq (1-q)q^{\frac{q}{1-q}} \quad (63)$$

将式(62)、式(63)代入式(61), 且由引理 5 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\eta_1 \left( \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} Z_j^2 + \sum_{j=1}^n \frac{\tau_{\theta_j}}{2\gamma_j} \tilde{\theta}_j^2 \right)^p - \\ & \eta_2 \left( \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} Z_j^2 + \sum_{j=1}^n \frac{\tau_{\theta_j}}{2\gamma_j} \tilde{\theta}_j^2 \right)^q + \delta \end{aligned} \quad (64)$$

式中:  $\eta_1 = 2^{1-p} \min\{2^p n^{1-p} \kappa_{i,0} h_i, (h\gamma/2)n^{1-p}\}$ ,  $\eta_2 = \min\{2^q \kappa_{i,0} h_i, (h\gamma/2)\}$ 。

根据 Lyapunov 函数  $V$  的定义, 可由式(64)得到

$$\dot{V} \leq -\eta_1 V^p - \eta_2 V^q + \delta \quad (65)$$

由式(64)可知, 当  $V^q \geq \delta/\eta_2$  时,  $\dot{V} \leq -\eta_1 V^p$ , 则可知  $V$  是有界的, 因此  $Z_i$  和  $\tilde{\theta}_i$  是有界的, 可以知道  $\alpha_i$  和  $v$  在概率上都是有界的。由式(12)可以知道  $x_1^s$ 、 $x_1^s$  和  $y_d$  是概率上有界的。由此可以推断, 被控系统(1)中的所有信号在概率上都是有界。

由式(64)可知

$$\dot{V} \leq -\eta_1 V^p - (1-\varepsilon)\eta_2 V^q - \varepsilon\eta_2 V^q + \delta \quad (66)$$

其中  $0 < \varepsilon < 1$ , 可以注意到  $\varepsilon\eta_2 V^q \leq \delta$ , 根据引理 4, 可以指出  $Z_i^2/2 \leq \sqrt{\delta/\varepsilon\eta_2}$ , 可以得到收敛时间

$$E[T(X_0)] \leq \frac{1}{\eta_1(1-r)} + \frac{1}{(1-\varepsilon)\eta_2(s-1)} \quad (67)$$

可知整个闭环系统是概率固定时间稳定的。

**注释 6:** 由式(66)可以得到, 通过所设计的控制策略, 系统能够达到引理 4 中提出的实际固定时间需要满足的条件。并且, 式(67)中的收敛时间  $E[T(X_0)]$  也仅与所设计参数相关, 达到收敛时间与系统初始状态无关的预期。

**注释 7:** 由式(66)和引理 4 可知,  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  和  $\delta$  参数会影响式(69)中的收敛时间  $E[T(X_0)]$ 。增大  $\eta_1$  和  $\eta_2$  或减小  $\delta$  均可获得较小的收敛时间  $E[T(X_0)]$ 。对这些设计参数的选择, 可以选择较大的  $\kappa_{i,0}$ 、 $h_i$ 、 $\gamma_i$  和较小的  $\lambda_i$ 、 $a_i$ , 以提高控制性能, 减小收敛时间  $E[T(X_0)]$ 。对故障式(2)和式(3)中  $\chi_i(t)$ 、 $u^p(t)$ 、 $\kappa_i(t)$ 、 $\kappa_0(t)$  的大小同样会影响控制性能。当被控系统存在较小的  $\chi_i(t)$ 、 $u^p(t)$ , 可获得较小的  $\delta$ 。当被控系统存在较大的  $\kappa_i(t)$ 、 $\kappa_0(t)$ , 可获得较大的  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ , 从而减小收敛时间  $E[T(X_0)]$ 。

## 4 仿真结果

给出如下例子验证所设计控制策略的有效性。

考虑如下系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 0.1 \sin(x_1) \cos(x_1) \\ \dot{x}_2 = u^s + x_1 \cos(x_2) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (68)$$

非线性系统的传感器故障模型和执行器故障模型设计为

$$x_n^s = \begin{cases} x_n & t \leq 1 \\ (0.05e^{4-t} + 1)x_n & t > 1 \end{cases} \quad (69)$$

$$u^s = \begin{cases} u & t \leq 1 \\ 0.85u & t > 1 \end{cases} \quad (70)$$

式中:  $u = 0.5v(t) + \cos^2(x_1)x_2$ 。

仿真实例的控制设计参数为  $p=10$ 、 $q=5$ 、 $\tau_{\theta_1}=\eta_1=1$ 、 $\tau_{\theta_1}=\eta_2=2$ 、 $h_1=0.2$ 、 $k_1=0.1$ 、 $a_1=1$ 、 $h_2=0.5$ 、 $k_2=0.09$ 、 $a_2=0.5$ 。初始条件为  $x_1(0)=0$ 、 $x_2(0)=1$ 、 $\hat{\theta}_1(0)=0.1$ 、 $\hat{\theta}_2(0)=0.2$ 、 $\kappa_1(0)=0$ 。仿真结果如图 2、图 3 和图 4 所示。

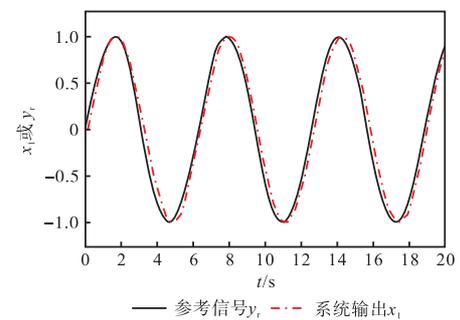


图 2 参考信号  $y_r$  和系统输出  $x_1$   
Fig. 2 Reference signal  $y_r$  and system output  $x_1$

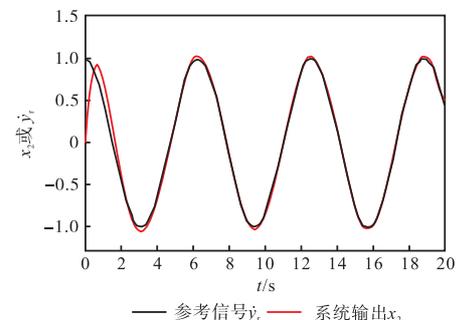


图 3 参考信号  $y_r$  和系统输出  $x_2$   
Fig. 3 Reference signal  $y_r$  and system output  $x_2$

从图 2、图 3 可以看出系统输出能很好地跟踪指定的参考信号, 本文提出的自适应固定时间控制方

法具有快速的暂态响应,且响应结果平稳可靠,可以实现指定的控制目标。从仿真结果可以看出,闭环非线性系统中的所有信号都是有界的,都是概率固定时间稳定的。

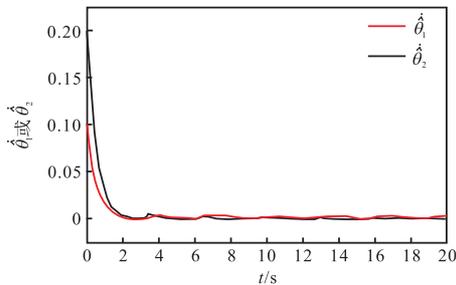


图4 控制器自适应律  $\hat{\theta}_1$  和  $\hat{\theta}_2$   
Fig. 4 Control adaptive laws  $\hat{\theta}_1$  and  $\hat{\theta}_2$

**注释 8:** 系统输出在固定时间内以良好的跟踪性能跟踪期望轨迹。跟踪误差最终可以收敛到原点的一个小邻域,说明了在干扰下,所设计的自适应控制律具有良好的鲁棒性。

## 5 结 语

针对具有传感器和执行器同时故障的严格反馈非线性系统,提出一种事件触发固定时间自适应模糊控制策略,以增强系统在复杂工况下的稳定性与鲁棒性。随后提出一种改进的事件触发自适应状态反馈控制器,采用变阈值策略,并确保整个闭环系统保持概率固定时间稳定。最后通过一个实例对所提出策略进行验证。未来的研究将会集中于将系统提升至实际固定时间稳定。

### 参考文献:

- [1] ZHANG J, LI S, XIANG Z R. Adaptive fuzzy finite-time fault-tolerant control for switched nonlinear large-scale systems with actuator and sensor faults[J]. Journal of the franklin institute, 2020, 357(16): 11629–11644.
- [2] ZHAO L, LI W, LI Y J. Research on co-design of dual security control and communication for nonlinear CPS with actuator fault and FDI attacks[J]. Measurement and control, 2022, 55(7/8): 767–782.
- [3] HU J, ZHENG M R. Disturbance observer-based control with adaptive neural network for unknown nonlinear system[J]. Measurement and control, 2023, 56(1/2): 287–294.
- [4] YU X H, WANG T, GAO H J. Adaptive neural fault-tolerant control for a class of strict-feedback nonlinear systems with actuator and sensor faults[J]. Neurocomputing, 2020, 380: 87–94.
- [5] ZHANG Y H, SUN J, LIANG H J, et al. Event-triggered adaptive tracking control for multiagent systems with unknown disturbances[J]. IEEE Transactions on cybernetics, 2018, 50(3): 890–901.
- [6] WANG X, ZHOU Y H, HUANG T W, et al. Event-triggered adaptive fault-tolerant control for a class of nonlinear multiagent systems with sensor and actuator faults[J]. IEEE Transactions on circuits and systems I: regular papers, 2022, 69(10): 4203–4214.
- [7] CHENG X R, GAO M, HUAI W X, et al. Fixed-time active fault-tolerant control for dynamical systems with intermittent faults and unknown disturbances[J]. Applied mathematics and computation, 2025, 486: 129054.
- [8] DU S L, HAN J, SUN H Y, et al. Fully distributed practical fixed-time fault-tolerant consensus of nonlinear multiagent systems[J]. Journal of the franklin institute, 2024, 361(18): 107275.
- [9] WANG H Q, MA J W, ZHAO X D, et al. Adaptive fuzzy fixed-time control for high-order nonlinear systems with sensor and actuator faults[J]. IEEE Transactions on fuzzy systems, 2023, 31(8): 2658–2668.
- [10] LIU J H, LI J Y, LIU X P, et al. Adaptive fuzzy controller design for an air handling unit[J]. European journal of control, 2024, 79: 101085.
- [11] LI Y, LI K W, LI Y M. Leader-following cluster-delay consensus control for first-order nonlinear multi-agent systems based on event-triggered mechanism[J]. Measurement and control, 2024, 57(4): 404–414.
- [12] LIU R X, LIU M, YE D, et al. Event-triggered adaptive fixed-time fuzzy control for uncertain nonlinear systems with unknown actuator faults[J]. Information sciences, 2022, 612: 344–360.
- [13] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators[J]. IEEE Transactions on automatic control, 1998, 43(5): 678–682.
- [14] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal on control and optimization, 2000, 38(3): 751–766.
- [15] HUANG X Q, LIN W, YANG B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems[J]. Automatica, 2005, 41(5): 881–888.

- [16] HONG Y G, WANG J K, CHENG D Z. Adaptive finite-time control of nonlinear systems with parametric uncertainty[J]. IEEE Transactions on automatic control, 2006, 51(5): 858–862.
- [17] DING S H, LI S H, ZHENG W X. Nonsmooth stabilization of a class of nonlinear cascaded systems[J]. Automatica, 2012, 48(10): 2597–2606.
- [18] LIANG Y J, MA R C, WANG M, et al. Global finite-time stabilisation of a class of switched nonlinear systems[J]. International journal of systems science, 2015, 46(16): 2897–2904.
- [19] YAN Y Q, ZHANG H G, SUN J Y, et al. Optimal fuzzy event-triggered fault-tolerant control of fractional-order Nonlinear Stochastic Systems[J]. Information sciences, 2024, 678: 120877.
- [20] HE K Y, TANG L. Adaptive event-triggered finite-time control for switched nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on fuzzy systems, 2024, 32(3): 745–754.

责任编辑:周建军

(上接第72页)

- optical axes parallelism of shipboard photoelectrical theodolite[C]//SPIE. Proceedings of the 8th International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies. Suzhou: SPIE, 2016: 96841V.
- [9] 贾文武, 刘培正, 唐自力, 等. 靶场适用的光电经纬仪光轴平行性检测[J]. 光学精密工程, 2020, 28(8): 1670–1677.
- [10] YOSHINO M, HARA T. Light axis adjustment with a sterilised photostimulation device for visually evoked potential monitoring[J]. British journal of neurosurgery, 2018, 32(3): 283–285.
- [11] 崔启胤. 大间距光轴平行性检测方法研究[D]. 长春: 长春理工大学, 2018.
- [12] 金伟其, 王霞, 张其扬, 等. 多光轴一致性检测技术发展及其分析[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(3): 526–531.
- [13] 马世帮, 杨红, 杨照金, 等. 光电系统多光轴平行性校准方法的研究[J]. 应用光学, 2011, 32(5): 917–921.
- [14] 姜宏滨. 用投影靶板调整光轴平行性[J]. 舰船科学技术, 1995(4): 61–65.
- [15] 王路. 大口径平行光管光学系统设计[D]. 长春: 长春理工大学, 2012.
- [16] 高文静, 窦茂森, 李金亮. 大口径平行光管在多光轴探测器光轴平行性测量中的应用[J]. 光电技术应用, 2009, 24(4): 32–33.
- [17] 李炎冰, 陈洪亮, 于鑫. 一种便携式光轴检测设备[J]. 电子测试, 2021(24): 26–27.
- [18] 张向明, 张锦亮, 王养云, 等. 多光轴校轴仪调校关键技术研究[J]. 应用光学, 2014, 35(4): 592–597.
- [19] XIAO W J, MA D X, CHEN Z B, et al. Research on a detection system for a large distance multi-axis bore-sight[J]. Journal of optical technology, 2016, 83(10): 622–626.
- [20] 黄富瑜, 李刚, 史云胜, 等. 多光谱多光轴平行性检测方案设计与误差分析[J]. 光电工程, 2019, 46(2): 12–20.
- [21] 李雅灿, 邱丽荣, 张鹏嵩, 等. 便携式多光轴平行性校轴系统的研制[J]. 中国激光, 2012, 39(10): 149–153.
- [22] 拜飞, 王庆祥. 某型机载光电设备激光校靶技术方法研究[J]. 航空维修与工程, 2021(4): 63–66.
- [23] 陈志斌, 肖文健, 马东玺, 等. 大间距多光轴一致性野外在线检测方法[J]. 光学学报, 2017, 37(1): 0112006.
- [24] 王红芳, 张保亮. 坐标方位角通用计算公式[J]. 山西建筑, 2008(6): 361–362.
- [25] RILEY D, HANSEN C. Sun-relative pointing for dual-axis solar trackers employing azimuth and elevation rotations[J]. Journal of solar energy engineering, 2015, 137(3): 031008.
- [26] ZHAO H N, DING W J, FAN M Y, et al. An optical method based auto-collimation for measuring five degrees of freedom error motions of rotary axis[J]. T review of scientific instruments, 2022, 93(12): 125110.

责任编辑:周建军