



天津科技大学学报
Journal of Tianjin University of Science & Technology
ISSN 1672-6510, CN 12-1355/N

《天津科技大学学报》网络首发论文

题目：多故障并发非线性系统的固定时间自适应模糊控制
作者：游国栋，王盛，李兴韪，武劲圆，张海龙，张帅
DOI：10.13364/j.issn.1672-6510.20240090
收稿日期：2024-04-27
网络首发日期：2025-01-15
引用格式：游国栋，王盛，李兴韪，武劲圆，张海龙，张帅. 多故障并发非线性系统的固定时间自适应模糊控制[J/OL]. 天津科技大学学报.
<https://doi.org/10.13364/j.issn.1672-6510.20240090>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。



DOI: 10.13364/j.issn.1672-6510.20240090

多故障并发非线性系统的固定时间自适应模糊控制

游国栋¹, 王盛¹, 李兴韞², 武劲圆³, 张海龙¹, 张帅¹(1. 天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300457; 2. 天津科技大学机械工程学院, 天津 300457;
3. 天津市第一中心医院 天津 300192)

摘要: 针对同时具有执行器和传感器故障的严格反馈非线性系统, 提出一种新型的自适应固定时间控制策略。本研究考虑的故障包括固定偏差、漂移、精度的下降和有效性的下降。首先, 通过 Lyapunov 函数和杨氏不等式定理结合模糊逻辑系统(FLSs)处理系统中的未知项。其次, 设计了一种改进的基于时变的相对阈值策略的事件触发控制器, 有效地提高了系统的控制精度。再次, 在设计的自适应控制器下, 验证了跟踪误差满足预定约束边界, 所有闭环系统信号在固定时间内都概率有界。最后, 通过仿真实例验证了所提控制策略的有效性。

关键词: 不确定非线性系统; 自适应事件触发控制; 固定时间控制; 执行器故障; 传感器故障

中图分类号: TP273+.4

文献标志码: A

文章编号: 1672-6510 (2024)00-0000-00

Fixed-time adaptive fuzzy control for multi-fault concurrent nonlinear systems

YOU Guodong¹, WANG Sheng¹, LI Xingyun², WU Jinyuan³, ZHANG Hailong¹,
ZHANG Shuai¹(1. College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300457 China;
2. College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300457 China;
3. Tianjin First Central Hospital, Tianjin 300192, China)

Abstract: A new adaptive fixed-time control strategy is proposed for strict feedback nonlinear systems affected by both actuator and sensor faults. The types of faults considered in this study encompass fixed deviation, drift, decrease in accuracy, and decrease in effectiveness. The approach simultaneously employs Lyapunov functions and Young's inequality theorem in conjunction with fuzzy logic systems (FLSs) to address unknown terms within the system. Additionally, an enhanced event-triggered controller based on a time-varying relative threshold strategy is developed, effectively enhancing the control accuracy of the system. Furthermore, it was demonstrated under the designed adaptive controller that the tracking error meets the predetermined constraint boundary, and all signals of the closed-loop system are probability bounded within a fixed time. Finally, the efficacy of the proposed control strategy was validated through simulation examples.

Key words: uncertain nonlinear system; adaptive event-triggered control; fixed-time control; actuator faults; sensor faults

在如今这个工业自动化高速发展的时代, 系统中经常出现传感器和执行器故障, 因此对故障的研究也更受关注^[1-10]。针对具有无限数量执行器故障的非线性系统, Zhang 等^[1]提出一种自适应定时控制器。对不确定非线性系统, 在考虑执行器故障的情

况下, Zhao 等^[2]给出了定时控制策略。面对同时具有输入约束和传感器故障的非线性系统, Hu 等^[3]提出一种事件触发固定时间控制策略。但上述这些研究没有考虑同时具有执行器和传感器故障的情况。近些年来, 自适应控制技术在容错控制(FTC)的研

收稿日期: 2024-04-27; 修回日期: 2024-10-10

作者简介: 游国栋 (1973—), 男, 山西人, 教授, yougdong@tust.edu.cn

究中得到了广泛应用。针对具有多传感器故障情况, Yu 等^[4]提出一种涉及故障状态的改进反演技术, 并且设计了自适应模糊容错控制策略保证系统的定时稳定。Zhang 等^[5]借助自适应神经网络技术和固定时间理论, 提出一种基于反步技术的自适应控制器。Wang 等^[6]通过模糊逻辑系统逼近误差, 并且在控制器构造中提出误差自适应律。上述文献针对具有故障的非线性系统提出自适应控制策略, 但对固定时间控制问题没有涉及。在如今的工业控制中, 容错控制备受关注, 容错控制可分为被动容错控制和主动容错控制两类。其中, 更具灵活性的主动容错控制更受研究人员的青睐。例如: Cheng 等^[7]提出一种由故障检测、故障隔离、故障状态估计和可重构控制器组成的容错控制器; Du 等^[8]面对存在故障的一阶非线性多智能体系统, 设计了一种基于自适应容错控制技术的全分布式自适应策略。

借鉴 Li 等^[11]的思想, 本文考虑了同时具有执行器和传感器故障的情况, 并在其中考虑了固定偏差、漂移、精度的下降和有效性的下降。本文的优势是考虑的故障类型较为一般, 使开发的设计方案能够更好地应用于实际情况。并且, 本文所设计的自适应事件触发控制方法, 通过引入中间变量, 成功将事件触发(ETC)信号与执行器故障模型和自适应控制律设计相结合, 进一步有效地剔除冗余项, 避免烦琐的效果。

在现有研究中, 面对初始状态未知的情况, 有限时间控制策略不能达到很好的预期效果。但本文所提出的固定时间控制策略与系统的初始状态无关, 其收敛时间仅与设计参数有关, 具有更好的系统稳定性和瞬态性能。

注释 1: 执行器和传感器故障会导致系统性能下降甚至失效。在许多应用中, 系统需要在固定的时间内做出响应。研究固定时间模糊控制可以提高系统在故障情况下的鲁棒性, 确保其在一定时间内达到预定性能。本文局限性在于模糊控制器的参数需要根据具体系统进行调整, 缺乏通用性, 而且尽管模糊控制可以减小计算复杂度, 但在实时应用中, 计算负担可能依旧较重, 尤其是在多输入多输出系统中。

注释 2: 与有限时间自适应控制相比, 新提出的固定时间控制律具有较高跟踪性能的优点。此外, 新提出的控制律比有限时间的结果更优, 并且收敛时间与初始条件无关, 可以通过修改参数进行设计。在控制律设计过程中, 事件触发机制可以大幅减轻系统通信负担。

1 系统描述与预备知识

本文所考虑具有严格反馈结构的单输入单输出非线性系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + \varphi_i(\bar{x}_i) + d_i(t), i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = u^s(t) + \varphi_n(x_n) + d_n(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\bar{x}_i = (x_1, \dots, x_i) \in R^i, i = 1, 2, \dots, n$ 是系统状态; $u^s(t) \in R$ 是控制输入, $y \in R$ 是系统检测输出; $d_i(t)$ 是有界的外部扰动, 并且满足 $|d_i(t)| \leq D_i$; $\varphi_i(\bullet)$ 是未知光滑非线性函数。

$$x_i^s = \kappa_i(t)x_i + \chi_i(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$u^s(t) = \kappa_0(t)v(t) + u^p(t) \quad (3)$$

式中: $\kappa_i(t)$ 表示失效故障, $\chi_i(t)$ 表示偏差、漂移、精度的下降和有效性的下降。

故障的细节见表 1, 其中 t_i 表示不同故障发生的相应时刻。存在正常数 \aleph_i 满足 $|\dot{\chi}_i(t)| < \aleph_i$ 。

表 1 执行器和传感器故障

Tab. 1 actuator and sensor faults

故障类型	故障表达式
偏差	$\kappa_i = 1, \dot{\chi}_i(t) = 0, v_i(t_i) \neq 0, \forall t \geq t_i$
漂移	$\kappa_i = 1, \chi_i(t) = \tau_i t, 0 < \tau_i \leq 1, \forall t \geq t_i$
精度的下降	$\kappa_i = 1, \dot{\chi}_i(t) \rightarrow 0, \chi_i(t) < \bar{\chi}_i, \forall t \geq t_i$
有效性的下降	$0 < \kappa_i \leq 1, \chi_i(t) = 0, \forall t \geq t_i$

对执行器和传感器故障, 进行以下 3 个假设。

假设 1^[12]: 对 $\ell_i(t), i = 1, 2, \dots, n$, 存在正常数 $\ell_{i,0}$, 以下不等式成立

$$\ell_{i,0} \leq \ell_i(t) \leq 1 \quad (4)$$

假设 2^[13]: 扰动 $d_i(t)$ 和它们的一阶导数 $\dot{d}_i(t)$ 均为有界的, 其中 $i = 1, 2, \dots, n$ 。

假设 3^[14]: 给定的参考信号 $y_r(t)$ 及其一阶到 n 阶导数均为已知的、有界的、分段连续的。

注释 3: 假设 2 中指出外部干扰 $d_i(t)$ 是有界的, 目的是便于控制器设计, 在实际工程中是合理的。并且, 本文所提出的假设 2 和假设 3 均是基于反步

技术的有限时间自适应 ETC 设计过程中的常规假设。

引理 1^[15]: 对定义在紧集 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ 上的连续函数 $\phi(x)$, 总存在一个模糊逻辑系统, 使得对 $\forall \omega > 0$, 都有

$$\sup_{x \in \Omega} |\bar{\psi}(X) - \mathfrak{S}^{*T} \phi(X)| \leq \varepsilon \quad (5)$$

引理 2^[16]: 对任意 $a \in \mathbb{R}$ 和 $b > 0$, 双曲正切函数满足

$$0 \leq |a| - a \tanh(a/b) < 0.2785b = b' \quad (6)$$

引理 3^[17](Young 不等式): 对 $p > 1, q > 1$, 且 $\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = 1$, 和 $a > 0, b > 0$ 存在以下不等式

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \quad (7)$$

引理 4^[18]: 考虑系统 $\dot{\psi} = \varphi(\psi)$, 若存在一个光滑正定函数 $V(\psi)$ 使得:

$$\dot{V}(\psi) \leq -BV^\delta(\psi) - CV^\beta(\psi) \quad (8)$$

其中 B, C, δ, X 均为常数, 且 $B, C > 0, 0 < \delta < 1, X > 0$, 则系统是概率固定时间稳定的, 并且期望收敛时间满足

$$E(T) \leq T_{\text{MAX}} = \frac{1}{B(1-\delta)} + \frac{1}{C(\beta-1)} \quad (9)$$

引理 5^[19]: 对任何给定 $\chi_i \in \mathbb{R}$,

$i = 1, 2, \dots, n, 0 < o < 1$, 以下不等式成立:

$$\left(\sum_{i=1}^n |\chi_i|^o \right) \leq \sum_{i=1}^n |\chi_i|^o \leq n^{1-o} \left(\sum_{i=1}^n |\chi_i| \right)^o \quad (10)$$

引理 6^[20]: 对任意实变量 α 和 β , 存在以下不等式

$$|\alpha|^a |\beta|^b \leq \frac{a}{a+b} c |\alpha|^{a+b} + \frac{b}{a+b} c^{\frac{a}{b}} |\beta|^{a+b} \quad (11)$$

控制方案框图如图 1 所示。

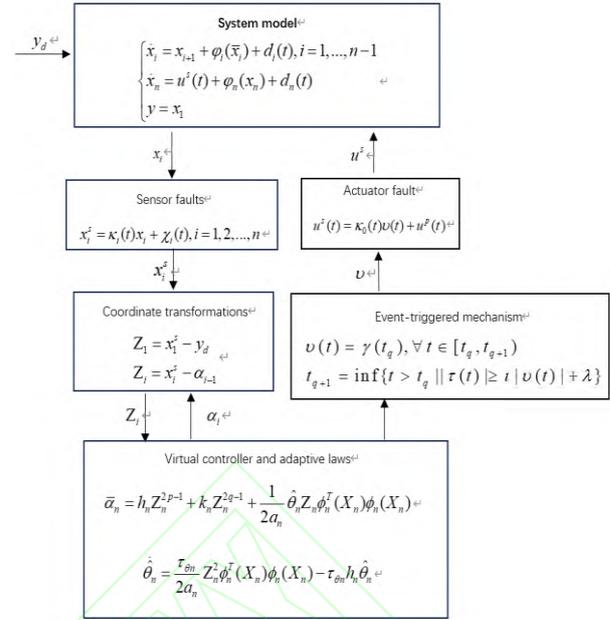


图 1 控制方案框图

Fig. 1 Block diagram of control scheme.

2 事件触发控制器设计

采用反步递推设计技术进行涉及, 并给出以下坐标变换:

$$Z_1 = x_1^s - y_d, Z_i = x_i^s - \alpha_{i-1} \quad (12)$$

式中: α_{i-1} 为第 $i-1$ 步中的虚拟控制信号。

第 1 步: 根据式(1), 可以得到

$$\dot{Z}_1 = \dot{x}_1^s - \dot{y}_d \quad (13)$$

选择 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{\kappa_{1,0}}{2\tau_{\theta_1}} \tilde{\theta}_1^2 \quad (14)$$

式中: $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$, $\tilde{\theta}_1$ 为 θ_1 的近似误差; τ_{θ_1} 为需要设计的参数。

结合式(14)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & Z_1 \frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} [Z_2 + \alpha_1 - \chi_2(t)] + Z_1 \dot{\chi}_1(t) - \\ & Z_1 \dot{y}_d + Z_1 \kappa_1(t) d_1(t) + Z_1 \dot{\kappa}_1(t) x_1 + \end{aligned} \quad (15)$$

$$Z_1 \kappa_1(t) \varphi_1(x_1) - \frac{\kappa_{1,0}}{\tau_{\theta_1}} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1$$

由引理 3, 可以得到

$$Z_1 \kappa_1(t) d_1(t) + Z_1 \dot{\chi}_1(t) \leq \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{1}{2} D_1^2 + \frac{1}{2} \aleph_1^2 \quad (16)$$

$$\frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} Z_1 Z_2 \leq \frac{1}{2\kappa_{1,0}^2} Z_1^2 + \frac{1}{2} Z_2^2 \quad (17)$$

式中: $|d_i(t)| \leq D_i$, $|\dot{\chi}_i(t)| \leq \aleph_i$ 。

可以令

$$\bar{\psi}_1(X_1) = -\frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} \chi_2(t) + \left(\frac{1}{2\kappa_{1,0}^2} + 1\right) Z_1 + \kappa_1(t)\phi_1(x_1) + \dot{\kappa}_1(t)x_1 - \dot{y}_d \quad (18)$$

式中: $X_1 = (x_1^s, \theta_r)$ 。

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & Z_1 \left[\frac{\kappa_1(t)}{\kappa_2(t)} \alpha_1 + \bar{\psi}_1(X_1) \right] + \frac{1}{2} Z_2^2 + \frac{1}{2} D_1^2 + \\ & \frac{1}{2} \aleph_1^2 - \frac{\kappa_{1,0}}{\tau_{\theta_1}} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \end{aligned} \quad (19)$$

利用模糊逻辑系统(FLSs)的近似能力, 由引理 1 可以得到

$$\bar{\psi}_1(X_1) = \mathfrak{S}_1^{*T} \phi_1(X_1) + \bar{\varepsilon}_1(X_1) \quad (20)$$

由式(19)和引理 3, 可以得到:

$$\begin{aligned} Z_1 \bar{\psi}_1(X_1) \leq & \frac{\kappa_{1,0}}{2a_1} Z_1^2 \theta_1 \phi_1^T(X_1) \phi_1(X_1) + \\ & \frac{a_1}{2\kappa_{1,0}} + \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 \end{aligned} \quad (21)$$

式中: a_1 为正设计参数, $\theta_1 \triangleq \|\mathfrak{S}_1^*\|^2$ 。

设计虚拟控制信号 α_1 :

$$\alpha_1 = -\bar{\alpha}_1 \tanh\left(\frac{Z_1 \bar{\alpha}_1}{\lambda_1}\right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_1 = & h_1 Z_1^{2p-1} + k_1 Z_1^{2q-1} \\ & + \frac{1}{2a_1} \hat{\theta}_1 Z_1 \phi_1^T(X_1) \phi_1(X_1) \end{aligned} \quad (23)$$

根据引理 2, 可以得到:

$$Z_1 \kappa_{1,0} \alpha_1 \leq -Z_1 \kappa_{1,0} \bar{\alpha}_1 + 0.2785 \kappa_{1,0} \lambda_1 \quad (24)$$

设计自适应参数律 $\hat{\theta}_1$:

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{\tau_{\theta_1}}{2a_1} Z_1^2 \phi_1^T(X_1) \phi_1(X_1) - \tau_{\theta_1} h_1 \hat{\theta}_1 \quad (25)$$

$$\Delta_1 = \frac{a_1}{2\kappa_{1,0}} + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{2} D_1^2 + \frac{1}{2} \aleph_1^2 + 0.2785 \kappa_{1,0} \lambda_1,$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\kappa_{1,0} (h_1 Z_1^{2p} + k_1 Z_1^{2q}) + \Delta_1 + \\ & \frac{1}{2} Z_2^2 + \tau_{\theta_1} h_1 \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \end{aligned} \quad (26)$$

第 i 步: 根据式(1), 可以得到

$$\dot{Z}_i = \dot{x}_i^s - \dot{\alpha}_{i-1} \quad (27)$$

选择 Lyapunov 函数为:

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} Z_i^2 + \frac{\kappa_{i,0}}{2\tau_{\theta_i}} \tilde{\theta}_i^2 \quad (28)$$

式中: $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$, $\tilde{\theta}_i$ 为 θ_i 的近似误差; τ_{θ_i} 为需要设计的参数。

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \dot{V}_{i-1} + Z_i \frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} [Z_{i+1} + \alpha_i - \chi_{i+1}(t)] + \\ & Z_i \kappa_i(t) \phi_i(x_i) + Z_i \kappa_i(t) d_i(t) + \\ & Z_i \dot{\kappa}_i(t) x_i + Z_i \dot{\chi}_i(t) - Z_i \dot{\alpha}_{i-1} - \frac{\kappa_{i,0}}{\tau_{\theta_i}} \tilde{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i \end{aligned} \quad (29)$$

由引理 3, 可以得到

$$\begin{aligned} -Z_i \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} d_j(t) \leq & \frac{1}{2} Z_i^2 \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j}\right)^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} D_j^2 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} Z_i Z_{i+1} \leq \frac{1}{2\kappa_{i,0}^2} Z_i^2 + \frac{1}{2} Z_{i+1}^2 \quad (31)$$

$$Z_i \kappa_i(t) d_i(t) + Z_i \dot{\chi}_i(t) \leq \frac{1}{2} Z_i^2 + \frac{1}{2} D_i^2 + \frac{1}{2} \aleph_i^2 \quad (32)$$

式中: $|d_i(t)| \leq D_i$, $|\dot{\chi}_i(t)| \leq \aleph_i$ 。

可以令

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_i(X_i) = & \frac{3}{2} Z_i - \frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} \chi_{i+1}(t) + \kappa_i(t) \phi_i(x_i) + \\ & \dot{\kappa}_i(t) x_i - \dot{\alpha}_{i-1} + \frac{1}{2} Z_i \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j}\right)^2 + \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{1}{2\kappa_{i,0}^2} Z_i$$

式中: $X_i = (x_i^s, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{i-1})$ 。

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^{i-1} \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \sum_{j=1}^{i-1} \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \\ & \Delta_{i-1} - \frac{1}{2} Z_i^2 + Z_i \left[\frac{\kappa_i(t)}{\kappa_{i+1}(t)} \alpha_i + \bar{\psi}_i(X_i) \right] + \\ & \frac{1}{2} Z_{i+1}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i D_j^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 - \frac{\kappa_{i,0}}{\tau_{\theta_i}} \tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i \end{aligned} \quad (34)$$

通过利用 FLSs 的近似能力, 由引理 1 可以得到

$$\bar{\psi}_i(X_i) = \mathfrak{S}_i^{*T} \phi_i(X_i) + \bar{\varepsilon}_i(X_i) \quad (35)$$

由式(35)和引理 3, 可以得到:

$$\begin{aligned} Z_i \bar{\psi}_i(X_i) \leq & \frac{\kappa_{i,0}}{2a_i} Z_i^2 \theta_i \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) + \\ & \frac{a_i}{2\kappa_{i,0}} + \frac{1}{2} Z_i^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \end{aligned} \quad (36)$$

式中: a_i 是正设计参数, $\theta_i \triangleq \|\mathfrak{S}_i^*\|^2$.

设计虚拟控制信号 α_i :

$$\alpha_i = -\bar{\alpha}_i \tanh\left(\frac{Z_i \bar{\alpha}_i}{\lambda_i}\right) \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_i = & h_i Z_i^{2p-1} + k_i Z_i^{2q-1} \\ & + \frac{1}{2a_i} \hat{\theta}_i Z_i \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) \end{aligned} \quad (38)$$

根据引理 2, 可以得到:

$$Z_i \kappa_{i,0} \alpha_i \leq -Z_i \kappa_{i,0} \bar{\alpha}_i + 0.2785 \kappa_{i,0} \lambda_i \quad (39)$$

设计自适应参数律 $\hat{\theta}_i$:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{\tau_{\theta_i}}{2a_i} Z_i^2 \phi_i^T(X_i) \phi_i(X_i) - \tau_{\theta_i} h_i \hat{\theta}_i \quad (40)$$

将式(36) - (40)代入式(34)中, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^i \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \\ & + \sum_{j=1}^i \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j \Delta_i + \frac{1}{2} Z_{i+1}^2 \end{aligned} \quad (41)$$

式中: $\Delta_i = \Delta_{i-1} + 0.2785 \kappa_{i,0} \lambda_i + \frac{a_i}{2\kappa_{i,0}} + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 +$

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^i D_j^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2$$

第 n 步: 选择使用一种时变相对阈值策略设计事件触发(ETC)控制器。ETC 的条件为

$$v(t) = \gamma(t_q), \forall t \in [t_q, t_{q+1}) \quad (42)$$

$$t_{q+1} = \inf\{t > t_q \mid |\tau(t)| \geq \iota |v(t)| + \lambda\} \quad (43)$$

式中: $\gamma(t)$ 为基于自适应律设计的事件触发控制器, t_q 为控制器更新时间。

测量误差 $\lambda(t) = \gamma(t) - v(t)$, 并且 $0 < \iota < 1$, $0 < \lambda < 1$ 。由式(42), 可以得到

$$v(t) = \frac{\rho(t) - \gamma \theta_2(t)}{1 + \iota \theta_1(t)} \quad (44)$$

事件触发控制器可以设计为

$$\rho(t) = (1 + \iota) \left[\varphi_n - \lambda \tanh\left(\frac{\lambda Z_n}{\eta}\right) \right] \quad (45)$$

注释 4: 截至现在, 已经成功设计出虚拟控制律式(22)、式(37), 自适应控制律式(25)、式(40)。接下来通过引入事件触发技术, 设计第 n 步中的控制律和最终的容错控制器。

注释 5: 如果出现某个时刻的控制输入与前一刻的控制输入的偏差达到所要求的触发阈值, 则满足事件触发条件, 传感器将开始新的采样, 控制器将进行瞬态的相应调整。

根据式(1), 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_n = & \kappa_n(t) \left[\kappa_0(t) \frac{\rho(t) - \gamma \theta_2(t)}{1 + \iota \theta_1(t)} + u^p(t) \right. \\ & \left. + \varphi_n(x_n) + d_n(t) \right] + \dot{\kappa}_n(t) x_n + \chi_n(t) - \dot{\alpha}_{n-1} \end{aligned} \quad (46)$$

选择 Lyapunov 函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} Z_n^2 + \frac{\kappa_{n,0}}{2\tau_{\theta_n}} \tilde{\theta}_n^2 \quad (47)$$

式中: $\tilde{\theta}_n = \theta_n - \hat{\theta}_n$, $\tilde{\theta}_n$ 为 θ_n 的近似误差; τ_{θ_n} 为需要设计的参数。

结合式(47)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & -\sum_{j=1}^{n-1} \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \sum_{j=1}^{n-1} \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j - \\ & \frac{\kappa_{n,0}}{\tau_{\theta_n}} \tilde{\theta}_n \dot{\hat{\theta}}_n + \Delta_{n-1} + \dot{\kappa}_n(t) x_n + \dot{\chi}_n(t) + \end{aligned} \quad (48)$$

$$Z_n \left[\kappa_n(t) \left[\kappa_0(t) \frac{\rho(t) - \gamma \theta_2(t)}{1 + \iota \theta_1(t)} - \right. \right.$$

$$\left. \left. \dot{\alpha}_{n-1} + u^p(t) + \varphi_n(x_n) + d_n(t) \right] \right.$$

由引理 3, 可以得到

$$-Z_n \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} d_j(t) \leq \frac{1}{2} Z_n^2 \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} D_j^2 \quad (49)$$

$$Z_n [\kappa_n(t) d_n(t) + \dot{\chi}_n(t)] \leq \frac{1}{2} (Z_n^2 + D_n^2 + \aleph_n^2) \quad (50)$$

式中: $|d_n(t)| \leq D_n$, $|\dot{\chi}_n(t)| \leq \aleph_n$ 。

可以令

$$\bar{\psi}_n(X_n) = \kappa_n(t)[u^p(t) + \varphi_n(x_n)] + \dot{\kappa}_n(t)x_n + Z_n - \dot{\alpha}_{n-1} + \frac{1}{2} Z_n \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (51)$$

式中: $X_n = (x_n^s, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{i-1}, \hat{\theta}_n)$ 。

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^{n-1} \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \sum_{j=1}^{n-1} \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \\ & \Delta_{n-1} + Z_n [\kappa_n(t) \kappa_0(t) \frac{\rho(t) - \gamma \theta_2(t)}{1 + t \theta_1(t)} + \\ & \frac{1}{2} Z_n + \bar{\psi}_n(X_n)] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n D_j^2 + \\ & \frac{1}{2} \aleph_n^2 - \frac{\kappa_{n,0}}{\tau_{\theta_n}} \tilde{\theta}_n \hat{\theta}_n \end{aligned} \quad (52)$$

通过利用 FLSs 的近似能力, 由引理 1 可以得到

$$\bar{\psi}_n(X_n) = \mathfrak{I}_n^{*T} \phi_n(X_n) + \bar{\varepsilon}_n(X_n) \quad (53)$$

由式(53)和引理 3, 可以得到

$$\begin{aligned} Z_n \bar{\psi}_n(X_n) \leq & \frac{\kappa_{n,0}}{2a_n} Z_n^2 \theta_n^T \phi_n^T(X_n) \phi_n(X_n) + \\ & \frac{a_n}{2\kappa_{n,0}} + \frac{1}{2} Z_n^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_n^2 \end{aligned} \quad (54)$$

由式(52), 可以得到

$$Z_n \kappa_n(t) \kappa_0(t) \frac{\rho(t)}{1 + t \theta_1(t)} \leq \left| \frac{Z_n \kappa_n(t) \kappa_0(t) \gamma}{1 - t} \right| \quad (55)$$

设置控制律 α_n :

$$\alpha_n = -\bar{\alpha}_n \tanh\left(\frac{Z_n \bar{\alpha}_n}{\lambda_n}\right) \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_n = & h_n Z_n^{2p-1} + k_n Z_n^{2q-1} + \\ & \frac{1}{2a_n} \hat{\theta}_n Z_n \phi_n^T(X_n) \phi_n(X_n) \end{aligned} \quad (57)$$

设计自适应参数律 $\dot{\hat{\theta}}_n$:

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \frac{\tau_{\theta_n}}{2a_n} Z_n^2 \phi_n^T(X_n) \phi_n(X_n) - \tau_{\theta_n} h_n \hat{\theta}_n \quad (58)$$

将式(54)–(58)代入式(52)中, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^n \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) + \\ & \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \tilde{\theta}_j \hat{\theta}_j + \Delta_n \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } \Delta_n = & \Delta_{n-1} + 0.2785 \kappa_{n,0} \lambda_n + \frac{a_n}{2\kappa_{n,0}} + \frac{1}{2} \varepsilon_n^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n D_j^2 + \\ & \frac{1}{2} \aleph_n^2 \end{aligned}$$

3 稳定性分析

选择 Lyapunov 函数 $V = V_n$, 可以得到

$$\tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i \leq -\frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \theta_i^2 \quad (60)$$

通过式(59)和(60)可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^n \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) - \\ & \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \frac{1}{2} \tilde{\theta}_j^2 + \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \frac{1}{2} \theta_j^2 + \Delta_n \\ \leq & -\sum_{j=1}^n \kappa_{j,0} (h_j Z_j^{2p} + k_j Z_j^{2q}) - h\gamma \sum_{j=1}^n \frac{\tau_{\theta_j}}{2\gamma_j} \tilde{\theta}_j^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \tau_{\theta_j} h_j \theta_j^2 + \Delta_n \end{aligned} \quad (61)$$

由引理 6, 可以得到:

$$-\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i} \tilde{\theta}_i^2 + \left(\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i} \tilde{\theta}_i\right)^p \leq (1-p) p^{1-p} < 0 \quad (62)$$

$$-\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i} \tilde{\theta}_i^2 + \left(\frac{\tau_{\theta_i}}{2\gamma_i} \tilde{\theta}_i\right)^q \leq (1-q) q^{1-q} \quad (63)$$

将式(62)、(63)代入式(61), 且由引理 5 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\eta_1 \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{2} Z_j^2 + \sum_{j=1}^n \frac{\tau_{\theta_j}}{2\gamma_j} \tilde{\theta}_j^2 \right)^p - \\ & \eta_2 \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{2} Z_j^2 + \sum_{j=1}^n \frac{\tau_{\theta_j}}{2\gamma_j} \tilde{\theta}_j^2 \right)^q + \delta \end{aligned} \quad (64)$$

式中: $\eta_1 = 2^{1-p} \min\{2^p n^{1-p} \kappa_{i,0} h_i, (h\gamma/2) n^{1-p}\}$, $\eta_2 = \min\{2^q \kappa_{i,0} h_i, (h\gamma/2)\}$ 。

根据 Lyapunov 函数 V 的定义, 可由式(64)得到

$$\dot{V} \leq -\eta_1 V^p - \eta_2 V^q + \delta \quad (65)$$

由式(64)可知, 当 $V^q \geq \delta/\eta_2$ 时, $\dot{V} \leq -\eta_1 V^p$, 则可知 V 是有界的, 因此 Z_i , $\tilde{\theta}_i$ 是有界的。可以知道 α_i , ν 在概率上都是有界的。由式(12), 可以知道 x_1^s , x_i^s 和 y_d 是概率上有界的。由此可以推断, 被控系统(1)中的所有信号在概率上都是有界。

由式(64), 可知

$$\dot{V} \leq -\eta_1 V^p - (1-\varepsilon)\eta_2 V^q - \varepsilon\eta_2 V^q + \delta \quad (66)$$

其中 $0 < \varepsilon < 1$, 可以注意到 $\varepsilon\eta_2 V^q \leq \delta$, 根据引理 4,

可以指出 $Z_1^2/2 \leq \sqrt{\delta/\varepsilon\eta_2}$, 可以得到收敛时间

$$E[T(X_0)] \leq \frac{1}{\eta_1(I-r)} + \frac{1}{(I-\varepsilon)\eta_2(s-1)} \quad (67)$$

可知整个闭环系统是概率固定时间稳定的。

注释 6: 由式(66), 可以得到通过所设计的控制策略, 系统能够达到引理 4 中提出的实际固定时间需要满足的条件。并且, 式(67)中的收敛时间 $E[T(X_0)]$ 也仅与所设计参数相关, 达到收敛时间与系统初始状态无关的预期。

注释 7: 由式(66)和引理 4 可知, η_1 、 η_2 和 δ 参数会影响(69)中的收敛时间 $E[T(X_0)]$ 。增大 η_1 和 η_2 或减小 δ 均可获得较小的收敛时间 $E[T(X_0)]$ 。对这些设计参数的选择, 可以选择较大的 $\kappa_{i,0}$ 、 h_i 、 γ_i

和较小的 λ_i 、 a_i , 以提高控制性能, 减小收敛时间

$E[T(X_0)]$ 。对故障式(2)、(3)中 $\chi_i(t)$ 、 $u^p(t)$ 、

$\kappa_i(t)$ 、 $\kappa_0(t)$ 的大小同样会影响控制性能。当被控

系统存在较小的 $\chi_i(t)$ 、 $u^p(t)$, 可获得较小的 δ 。

当被控系统存在较大的 $\kappa_i(t)$ 、 $\kappa_0(t)$, 可获得较大的 η_1 、 η_2 , 从而减小收敛时间 $E[T(X_0)]$ 。

4 仿真结果

给出如下例子验证所设计控制策略有效性。考虑如下系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 0.1\sin(x_1)\cos(x_1) \\ \dot{x}_2 = u^s + x_1\cos(x_2) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (68)$$

非线性系统的传感器故障模型和执行器故障模型设计为

$$x_n^s = \begin{cases} x_n & t \leq 1 \\ (0.05e^{4-t} + 1)x_n & t > 1 \end{cases} \quad (69)$$

$$u^s = \begin{cases} u & t \leq 1 \\ 0.85u & t > 1 \end{cases} \quad (70)$$

式中: $u = 0.5v(t) + \cos^2(x_1)x_2$ 。

仿真实例的控制设计参数为 $p=10$ 、 $q=5$ 、 $\tau_{\theta 1}=\eta_1=1$ 、 $\tau_{\theta 2}=\eta_2=2$ 、 $h_1=0.2$ 、 $k_1=0.1$ 、 $a_1=1$ 、 $h_2=0.5$ 、 $k_2=0.09$ 、 $a_2=0.5$ 。初始条件为 $x_1(0)=0$ 、 $x_2(0)=1$ 、 $\hat{\theta}_1(0)=0.1$ 、 $\hat{\theta}_2(0)=0.2$ 、 $\kappa_1(0)=0$ 。仿真结果如图 2、图 3 和图 4 所示。

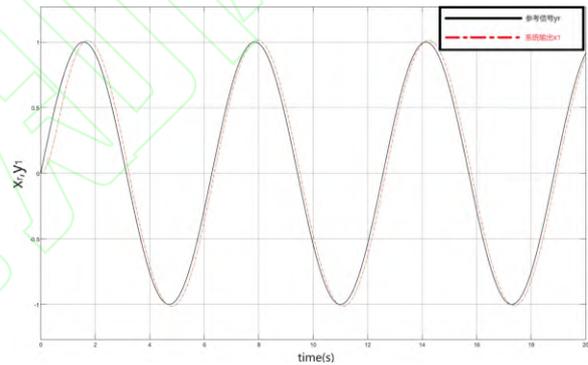


图 2 参考信号 y_r 和系统输出 x_1

Fig. 2 Reference signal y_r and system output x_1

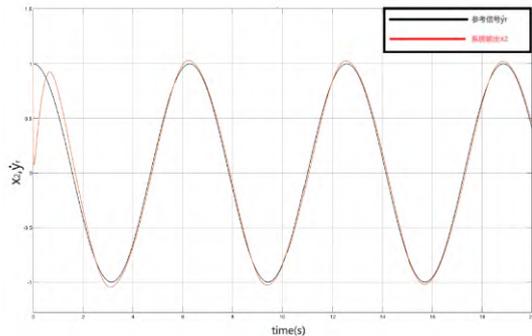


图 3 参考信号 \dot{y}_r 和系统输出 x_2

Fig. 3 Reference signal \dot{y}_r and system output x_2

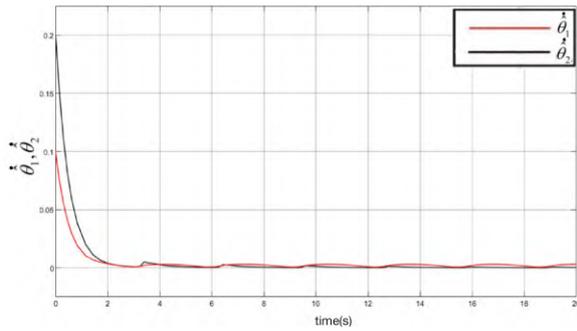


图 4 控制器自适应律 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$

Fig. 4 Control adaptive laws $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$

从图 2、图 3 可以看出系统输出能很好地跟随指定的参考信号，本文提出的自适应有限时间控制方法具有快速的暂态响应，可以实现指定的控制目标。从仿真结果可以看出，闭环非线性系统中的所有信号都是有界的，都是概率固定时间稳定的。

注释 8: 系统输出在固定时间内以良好的跟踪性能跟踪期望轨迹。跟踪误差最终可以收敛到原点的一个小邻域，说明了在干扰下，所设计的自适应控制律具有良好的鲁棒性。

5 结 语

针对具有传感器和执行器同时故障的严格反馈非线性系统，提出一种事件触发固定时间自适应模糊控制策略。随后提出一种改进的事件触发自适应状态反馈控制器，采用变阈值策略，并确保整个闭环系统保持概率固定时间稳定。最后通过一个实例对所提出策略进行验证。未来的研究将会集中于将系统提升至实际固定时间稳定。

参考文献:

- [1] ZHANG J, LI S, XIANG Z R. Adaptive fuzzy finite-time fault-tolerant control for switched nonlinear large-scale systems with actuator and sensor faults[J]. Journal of the franklin institute, 2020, 357 (16): 11629–11644.
- [2] ZHAO L, LI W, LI Y J. Research on co-design of dual security control and communication for nonlinear CPS with actuator fault and FDI attacks[J]. Measurement and control, 2022, 55 (7/8): 767–782.
- [3] HU J, ZHENG M R. Disturbance observer-based control with adaptive neural network for unknown nonlinear system[J]. Measurement and control, 2023, 56 (1/2): 287–294.
- [4] YU X H, WANG T, GAO H J. Adaptive neural fault-tolerant control for a class of strict-feedback nonlinear systems with actuator and sensor faults[J]. Neurocomputing, 2020, 380: 87–94.
- [5] ZHANG Y H, SUN J, LIANG H J, et al. Event-triggered adaptive tracking control for multiagent systems with unknown disturbances[J]. IEEE Transactions on cybernetics, 2018, 50 (3): 890–901.
- [6] WANG X, ZHOU Y H, HUANG T W, et al. Event-triggered adaptive fault-tolerant control for a class of nonlinear multiagent systems with sensor and actuator faults[J]. IEEE Transactions on circuits and systems I: regular papers, 2022, 69 (10): 4203–4214.
- [7] CHENG X R, GAO M, HUAI W X, et al. Fixed-time active fault-tolerant control for dynamical systems with intermittent faults and unknown disturbances[J]. Applied mathematics and computation, 2025, 486: 129054.
- [8] DU S L, HAN J, SUN H Y, et al. Fully distributed practical fixed-time fault-tolerant consensus of nonlinear multiagent systems[J]. Journal of the franklin institute, 2024, 361 (18): 107275.
- [9] WANG H Q, MA J W, ZHAO X D, et al. Adaptive fuzzy fixed-time control for high-order nonlinear systems with sensor and actuator faults[J]. IEEE Transactions on fuzzy systems, 2023, 31 (8): 2658–2668.
- [10] LIU J H, LI J Y, LIU X P, et al. Adaptive fuzzy controller design for an air handling unit[J]. European journal of control, 2024, 79: 101085.
- [11] LI Y, LI K W, LI Y M. Leader-following cluster-delay consensus control for first-order nonlinear multi-agent systems based on event-triggered mechanism[J]. Measurement and control, 2024, 57 (4): 404–414.
- [12] LIU R X, LIU M, YE D, et al. Event-triggered adaptive fixed-time fuzzy control for uncertain nonlinear systems with unknown actuator faults[J]. Information sciences, 2022, 612: 344–360.
- [13] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators[J]. IEEE Transactions on automatic control, 1998, 43 (5): 678–682.
- [14] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal on control and optimization, 2000, 38 (3): 751–766.

- [15] HUANG X Q, LIN W, YANG B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2005, 41 (5): 881–888.
- [16] HONG Y G, WANG J K, CHENG D Z. Adaptive finite-time control of nonlinear systems with parametric uncertainty[J]. *IEEE Transactions on automatic control*, 2006, 51 (5): 858–862.
- [17] DING S H, LI S H, ZHENG W X. Nonsmooth stabilization of a class of nonlinear cascaded systems[J]. *Automatica*, 2012, 48 (10): 2597–2606.
- [18] LIANG Y J, MA R C, WANG M, et al. Global finite-time stabilisation of a class of switched nonlinear systems[J]. *International journal of systems science*, 2015, 46 (16): 2897–2904.
- [19] YAN Y Q, ZHANG H G, SUN J Y, et al. Optimal Fuzzy Event-triggered Fault-tolerant Control of Fractional-order Nonlinear Stochastic Systems[J]. *Information sciences*, 2024, 678:120877.
- [20] HE K Y, TANG L. Adaptive event-triggered finite-time control for switched nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 2024, 32 (3): 745–754.
- [18] LIANG Y J, MA R C, WANG M, et al. Global finite-time

