



天津科技大学学报

Journal of Tianjin University of Science & Technology

ISSN 1672-6510, CN 12-1355/N

## 《天津科技大学学报》网络首发论文

题目：离散 T-S 模糊时滞系统输出反馈容错控制  
作者：游国栋，张海龙，武劲圆，李兴韪，沈治方  
DOI：10.13364/j.issn.1672-6510.20230233  
收稿日期：2023-12-18  
网络首发日期：2024-09-30  
引用格式：游国栋，张海龙，武劲圆，李兴韪，沈治方. 离散 T-S 模糊时滞系统输出反馈容错控制[J/OL]. 天津科技大学学报.  
<https://doi.org/10.13364/j.issn.1672-6510.20230233>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。



DOI: 10.13364/j.issn.1672-6510.20230233

# 离散 T-S 模糊时滞系统输出反馈容错控制

游国栋<sup>1</sup>, 张海龙<sup>1</sup>, 武劲圆<sup>2</sup>, 李兴韞<sup>3</sup>, 沈治方<sup>1</sup>(1. 天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222; 2. 天津市第一中心医院, 天津 300192;  
3. 天津科技大学机械工程学院, 天津 300222)

**摘要:** 研究一类带有状态时滞和执行器故障的离散 T-S 模糊系统的容错控制问题。利用 delta 算子方法设计全维状态观测器, 观测系统不可测量的状态。考虑到执行器会发生故障, 对系统建立执行器故障模型, 利用并行式补偿原理设计全维状态观测器的输出反馈控制器, 并通过求解线性矩阵不等式给出了使系统稳定的充分条件。仿真结果进一步验证了本文设计方法的有效性。

**关键词:** 离散 T-S 模糊模型; delta 算子; 容错控制; 状态观测器; 输出反馈; 时滞系统; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1672-6510(2024)00-0000-00

## Output Feedback Fault-Tolerant Control for Discrete T-S Fuzzy Time-Delay Systems

YOU Guodong<sup>1</sup>, ZHANG Hailong<sup>1</sup>, WU Jinyuan<sup>2</sup>, LI Xingyun<sup>3</sup>, SHEN Zhifang<sup>1</sup>(1. College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;  
2. Tianjin First Central Hospital, Tianjin 300192, China;  
3. College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** The fault-tolerant control problem of a class of discrete T-S fuzzy systems with state delay and actuator faults was studied. Design a full dimensional state observer using the delta operator method to observe unmeasurable states of the system. Considering the occurrence of actuator failure, an actuator failure model was established for the system. The output feedback controller of the full dimensional state observer was designed using parallel compensation principle, and sufficient conditions for system stability were provided by solving linear matrix inequalities. The simulation results further validate the effectiveness of the designed method.

**Key words:** discrete T-S fuzzy model; delta operator; fault tolerant control; state observer; output feedback; time delayed systems; linear matrix inequality

容错控制问题一直以来都是研究热点<sup>[1-5]</sup>。随着社会科学的不断发展, 机械化、智能化设备的不断更新换代, 设备的网络化和复杂化也随之增加, 这就导致系统很容易发生故障, 设计出具有容错能力的控制器变得至关重要。实际工业系统难免具有非线性特点, 近些年来研究人员针对这类系统提出各种控制器设计方法, 其中比较好的方法是 T-S 模糊模型。T-S 模糊模型可以很好地表达非线性系统的

特性, 同时建立的非线性系统模型还能用线性系统的理论和方法去处理, 该模型得到了广泛的应用<sup>[6-8]</sup>。目前针对连续系统的容错控制的研究已经得到了充足的发展, 但是针对离散系统的容错控制问题, 相关研究较之连续系统还不算完善。姜建妹等<sup>[9]</sup>将切换理论和 T-S 模糊理论相结合设计了一种状态反馈控制方案, 并通过数值仿真验证了控制方案的可行性。刘金良<sup>[10]</sup>通过考虑概率执行器故障和传感器故

收稿日期: 2023-12-18; 修回日期: 2024-03-27

作者简介: 游国栋 (1973—), 男, 山西人, 教授, yougdong@tust.edu.cn

障构造了新型的 T-S 模糊模型, 并利用李雅普诺夫泛函理论和随机微分方程相关知识, 得出了系统稳定的充分性判据。

以上文献均采用状态反馈控制方法, 但大部分实际系统的状态往往不是全部可以测得, 而输出量则可以直接测得, 输出反馈控制器利用系统中可测输出部分作为输入信号, 摆脱了系统必须是可观、可测的限制。李明建<sup>[11]</sup>在不考虑系统实际状态情况下, 给出了非线性连续系统的输出反馈容错控制, 并给出了一种新的且具有普遍性的性能指标, 最后通过仿真实验验证了该方法的有效性, 并且, 这种方法在理论上可以应用到离散系统的分析上。

从连续系统到离散系统比较实用的方法是 delta 算子离散化方法。delta 算子是一种用于连续系统和离散系统的统一描述方法, 避免了 Z 变换引起的数值不稳定问题。Li 等<sup>[12]</sup>为利用 delta 算子处理离散 T-S 模糊系统提供了理论方法, 进而 Li 等<sup>[13]</sup>提出基于 delta 算子的输入输出法, 研究离散 T-S 模糊系统的故障检测问题。并通过设计滤波器生成残差信号, 将故障检测问题转换为滤波问题, 最后取得了满意的效果, 然而 Li 等<sup>[13]</sup>也没有直接用输出反馈实现系统稳定。本文主要针对具有状态时滞和执行器故障的离散 T-S 模糊系统, 考虑到系统状态的不可观测性, 设计全维状态观测器观测系统状态, 并采用输出反馈原理设计容错控制器。

## 1 预备知识

### 1.1 delta 算子定义

连续时间线性系统状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_s \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_s \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_s \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_s \mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$  表示状态向量,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$  表示控制输入,  $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^l$  表示输出向量,  $\mathbf{A}_s$ 、 $\mathbf{B}_s$ 、 $\mathbf{C}_s$ 、 $\mathbf{D}_s$  分别为具有适当维数的系数矩阵。

根据离散时间系统定义, 设  $q$  为前向移位算子, 即  $q\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k+1)$ , 可得离散系统状态空间表达式为

$$\begin{cases} q\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_d \mathbf{u}(k) \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{A}_d = e^{TA}$ ,  $\mathbf{B}_d = \mathbf{B}_s \int_0^T e^{A_s t} dt$ 。

delta 算子定义为

$$\delta x(t) \begin{cases} \frac{d}{dt} x(t), & T=0 \\ \frac{x(t+T) - x(t)}{T}, & T \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)得到基于 delta 算子的离散系统模型, 为

$$\begin{cases} \delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k) \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{A} = (\mathbf{A}_d - \mathbf{I}_n) / T$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_d / T$ ,  $\mathbf{C} = \mathbf{C}_d$ ,

$\mathbf{D} = \mathbf{D}_d$ 。

### 1.2 定义和引理

**定义 1:** 基于 delta 算子的系统渐近稳定的充分条件是

- (1)  $V(x(k)) \geq 0$ , 当且仅当  $k=0$  时取等号。
- (2)  $\delta V(x(k)) = [V(x(k+T)) - V(x(k))] / T < 0$

其中:  $V(x(k))$  是 delta 域的李雅普诺夫泛函。

**引理 1<sup>[14]</sup>:** 对任意向量  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$  和矩阵  $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times n}$  及整数  $\alpha$ , 如果  $\mathbf{P}$  是正定矩阵, 则有

$$\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{y} + \mathbf{y}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \leq \alpha \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \alpha^{-1} \mathbf{y}^T \mathbf{P} \mathbf{y}$$

**引理 2<sup>[15]</sup>:** 对任意矢量  $\mathbf{x}_1$  和  $\mathbf{x}_2$  及矩阵  $\mathbf{Y}$  有

$$\mathbf{x}_1^T \mathbf{Y} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{Y} \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x}_1^T \mathbf{Y} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{R} \mathbf{x}_2$$

其中:  $\mathbf{R}$  为对称矩阵。

**引理 3<sup>[16]</sup>:** (Schur 补引理) 对给定的对称矩阵  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ * & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix}$ , 其中  $\mathbf{S}_{11}$ 、 $\mathbf{S}_{22}$  为对称矩阵, 则以下 3 个条件是等价的:

- (1)  $\mathbf{S} < 0$ 。
- (2)  $\mathbf{S}_{11} < 0, \mathbf{S}_{22} - \mathbf{S}_{12}^T \mathbf{S}_{11}^{-1} \mathbf{S}_{12} < 0$ 。
- (3)  $\mathbf{S}_{22} < 0, \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{12} \mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{12}^T < 0$ 。

## 2 建立模型

基于 delta 算子方法, 考虑以下带有执行器故障的 T-S 模糊系统, 并将 T-S 模型的第  $i$  条规则公式化如

下:

对象规则  $i$ : If  $\theta_1$  is  $\Omega_{1i}$ , and, ..., and  $\theta_j$  is  $\Omega_{ji}$ , and, ..., and  $\theta_p$  is  $\Omega_{pi}$ , 则

$$\begin{cases} \delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{di} \mathbf{x}(k-d) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_f(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{D}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{di} \mathbf{x}(k-d) \\ \mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\sigma}_i(k), n = -n_M, -n_M+1, \dots, 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$  表示状态变量,  $\mathbf{u}_f(k) \in \mathbf{R}^m$  表示有执行器故障的控制输入信号,  $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^l$  表示输出向量,  $\boldsymbol{\sigma}_i(k) \in \mathbf{R}^n$  表示系统初始条件,  $\mathbf{A}_i$ 、 $\mathbf{D}_i$ 、 $\mathbf{A}_{di}$ 、 $\mathbf{D}_{di}$ 、 $\mathbf{B}_i$  为已知的适当维数的矩阵,  $d$  是常时滞。

式(5)所描述的系统 and 文献[13]所描述的系统类似, 与文献[13]不同的是, 本文对系统构造了观测器, 并引入了执行器故障模型。

执行器故障模型描述为:  $\mathbf{u}_f(k) = \mathbf{F}_i \mathbf{u}(k)$ 。故障矩阵  $\mathbf{F}_i = \text{diag}(f_{i1}, \dots, f_{iq}, \dots, f_{im})$ , 其中  $f_{iq}$  满足  $0 \leq f_{miq} \leq f_{iq} \leq f_{Miq}$ ,  $f_{miq} \leq 1 \leq f_{Miq}$ ,  $f_{miq}$ 、 $f_{Miq}$  是已知常数,  $q$  满足  $1 \leq q \leq m$ , 且为正整数。  $f_{iq} = 0$  表示系统在规则  $i$  下的第  $q$  个执行器信号中断,  $f_{iq} = 1$  表示系统在规则  $i$  下的第  $q$  个执行器正常,  $0 \leq f_{miq} \leq f_{iq} \leq f_{Miq}$  且  $f_{iq} \neq 1$  表示系统在规则  $i$  下的第  $q$  个执行器出现故障。

为了方便计算记

$$\mathbf{F}_{di} = \text{diag}(f_{Mi1} - f_{mi1}, \dots, f_{Miq} - f_{miq}, \dots, f_{Mim} - f_{mim})$$

$$\mathbf{F}_{si} = \text{diag}(f_{mi1}, \dots, f_{miq}, \dots, f_{mim})$$

所以故障矩阵  $\mathbf{F}_i$  可以描述为

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{di} \boldsymbol{\Sigma}_i + \mathbf{F}_{si} \quad (6)$$

其中  $\boldsymbol{\Sigma}_i = \text{diag}(\rho_{i1}, \dots, \rho_{iq}, \dots, \rho_{im}) \in \mathbf{R}^{m \times m}$ ,  $0 \leq \rho_{iq} \leq 1$ 。

整个系统的 T-S 模糊模型可以写成下述形式:

$$\begin{cases} \delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d(\theta) \mathbf{x}(k-d) \\ \quad + \mathbf{B}\mathbf{F}(\theta) \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{D}(\theta) \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_d(\theta) \mathbf{x}(k-d) \\ \mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\varphi}_i(k), n = -n_M, -n_M+1, \dots, 0 \end{cases} \quad (7)$$

定义如下等式:

$$\mathbf{A}(\theta) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \mathbf{A}_i, \quad \mathbf{A}_d(\theta) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \mathbf{A}_{di},$$

$$\mathbf{B}\mathbf{F}(\theta) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \mathbf{B}_i \mathbf{F}_i, \quad \mathbf{D}(\theta) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \mathbf{D}_i,$$

$$\mathbf{D}_d(\theta) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \mathbf{D}_{di}.$$

现在考虑基于全维状态观测的输出反馈至参考输入的输出反馈控制器, 并基于并行式补偿原理, 设控制率为

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{H}(\theta) \hat{\mathbf{y}}(k) \quad (8)$$

结合式(7)和式(8), 并考虑全维状态观测器可得:

$$\begin{cases} \delta \hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{A}(\theta) \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{A}_d(\theta) \hat{\mathbf{x}}(k-d) + \\ \quad \mathbf{G}(\theta)(\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)) + \\ \quad \mathbf{B}\mathbf{F}(\theta) \mathbf{H}(\theta) \hat{\mathbf{y}}(k) \\ \hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{D}(\theta) \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{D}_d(\theta) \hat{\mathbf{x}}(k-d) \\ \hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{h}_i(k), n = -n_M, -n_M+1, \dots, 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{G}(\theta) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \mathbf{G}_i$ ,  $\mathbf{H}(\theta) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \mathbf{H}_i$ 。  $\mathbf{G}_i$  表示在规则  $i$  下闭环状态观测器的校正增益,  $\mathbf{H}_i$  表示在规则  $i$  下输出反馈的反馈增益, 均待设计。另外,  $\theta_j$  是前件变量,  $\Omega_{ij}$  是模糊集合,  $r$  是模糊规则数。  $\hat{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{R}^n$  是状态的估计值, 考虑如下增广状态向量:

$$\bar{\mathbf{x}}(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}^T(k) \\ \mathbf{e}^T(k) \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

其中  $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)$  为估计误差, 结合则可得闭环系统, 为

$$\begin{cases} \delta \bar{\mathbf{x}}(k) = \bar{\mathbf{A}}(\theta) \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{A}}_d(\theta) \bar{\mathbf{x}}(k-d) \\ \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{h}_i(k), n = -n_M, -n_M+1, \dots, 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\bar{\mathbf{A}}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\theta) + \mathbf{B}\mathbf{F}(\theta) \mathbf{H}(\theta) \mathbf{D}(\theta) & \mathbf{G}(\theta) \mathbf{D}(\theta) \\ 0 & \mathbf{A}(\theta) - \mathbf{G}(\theta) \mathbf{D}(\theta) \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{A}}_d(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(\theta) + \mathbf{B}\mathbf{F}(\theta) \mathbf{H}(\theta) \mathbf{D}_d(\theta) & \mathbf{G}(\theta) \mathbf{D}_d(\theta) \\ 0 & \mathbf{A}_d(\theta) - \mathbf{G}(\theta) \mathbf{D}_d(\theta) \end{bmatrix}$$

### 3 主要结果

下面证明所得到的定理。

**定理 1:** 如果存在正定对称矩阵  $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ 、

$\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ 、 $\mathbf{Q}_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{Q}_2 \in \mathbf{R}^{n \times n}$  矩阵  $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{n \times l}$ 、 $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{m \times l}$ , 以及正常数  $\alpha$ 、 $\beta$ , 使得如下矩阵不等式成立, 则系统是稳定的, 并且所求得的模糊输出反馈增益为  $\mathbf{H}$ , 模糊观测器增益为  $\mathbf{G}$ 。

$$\begin{bmatrix} \theta [x^T \bar{Q}_1 y^T] [\bar{z}^T \bar{w}^T] \\ * & \bar{Q}_1 & 0 \\ * & * & I_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_3 [x_1^T y_1^T] [z_1^T w_1^T] \\ * & \bar{Q}_2 & 0 \\ * & * & I_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

其中  $\theta = \theta_1 + \theta_2$ ,

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} -P & R & \sqrt{T} \begin{bmatrix} A_a & 0 \\ 0 & A_{\text{adg}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ * & -R & 0 \\ * & * & -P^{-1} R P^{-1} \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\theta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{T} \begin{bmatrix} A_{\text{dhfbs}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{\text{dhfbs}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix},$$

$$\theta_3 = \begin{bmatrix} -R & \theta_4 & 0 \\ * & A_d^T(\theta) - D_d^T(\theta) G^T(\theta) \\ * & -TR^{-1} - T^2 P^{-1} \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} 0 & T^{\frac{3}{2}} G(\theta) D(\theta) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & 0 & I & 0 \end{bmatrix},$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 0 & G(\theta) D_d(\theta) & 0 \end{bmatrix}, \quad y_1 = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{z} = \begin{bmatrix} \Delta_{\text{dh}}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{w} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{T} \Delta_{\text{bf}} & 0 & \Delta_{\text{bf}} & 0 \end{bmatrix},$$

$$z_1 = \begin{bmatrix} H(\theta) D_d(\theta) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad w_1 = \begin{bmatrix} 0 & F_d^T B^T(\theta) & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{Q}_1 = \begin{bmatrix} -Q_1 & 0 \\ * & -Q_1 \end{bmatrix}, \quad I_1 = \begin{bmatrix} -\alpha^{-1} I & 0 \\ * & -\alpha I \end{bmatrix},$$

$$\bar{Q}_2 = \begin{bmatrix} -Q_2 & 0 \\ * & -Q_2 \end{bmatrix}, \quad I_2 = \begin{bmatrix} -\beta^{-1} I & 0 \\ * & -\beta I \end{bmatrix},$$

$$\Delta_{\text{dg}} = TD^T(\theta)G^T(\theta), \quad \Delta_a = TA^T(\theta) + I,$$

$$\Delta_{\text{dh}} = TD^T(\theta)H^T(\theta), \quad \Delta_{\text{bf}} = F_d^T B^T(\theta),$$

$$\Delta_{\text{adg}} = TA^T(\theta) + I - TD^T(\theta)G^T(\theta),$$

$$\Delta_{\text{adhfb}} = TA^T(\theta) + I + TD^T(\theta)H^T(\theta)F^T B^T(\theta),$$

$$\Delta_{\text{dhfb}} = TD^T(\theta)H^T(\theta)F^T B^T(\theta),$$

$$\Delta_{\text{dhfbd}} = TD^T(\theta)H^T(\theta)F_d^T B^T(\theta),$$

$$\theta_4 = A_d^T(\theta) + D_d^T(\theta)H^T(\theta)F_s^T B^T(\theta).$$

证明:

定义李雅普诺夫泛函如下:

$$V(k) = \sum_{s=1}^2 V_s(k) \quad (14)$$

$$V_1(k) = \bar{x}^T(k)TP\bar{x}(k) \quad (15)$$

$$V_2(k) = T \sum_{i=1}^d \bar{x}^T(k-i)R\bar{x}(k-i) \quad (16)$$

由式(4)、式(11)和式(15)可得

$$\begin{aligned} \delta V_1(k) &= \frac{V_1(K+1) - V_1(k)}{T} = \\ & \bar{x}^T(k+1)P\bar{x}(k+1) - \bar{x}^T(k)P\bar{x}(k) = \\ & \left[ \bar{x}^T(k)(T\bar{A}(\theta) + I) + \bar{x}^T(k-d)T\bar{A}_d^T(\theta) \right] \cdot \\ & P \left[ (T\bar{A}(\theta) + I)\bar{x}(k) + T\bar{A}_d(\theta)\bar{x}(k-d) \right] - \\ & \bar{x}^T(k)P\bar{x}(k) = \\ & \bar{x}^T(k) \left[ (T\bar{A}(\theta) + I)^T P (T\bar{A}(\theta) + I) - P \right] \bar{x}(k) + \\ & \bar{x}^T(k-d)T^2 \bar{A}_d^T(\theta) P \bar{A}_d(\theta) \bar{x}(k-d) + \\ & \bar{x}^T(k) (T\bar{A}(\theta) + I)^T T P \bar{A}_d(\theta) \bar{x}(k-d) + \\ & \bar{x}^T(k-d)T\bar{A}_d^T(\theta) P (T\bar{A}(\theta) + I) \bar{x}(k) \end{aligned}$$

(17)

由引理 2 和式(17)可得

$$\begin{aligned} \delta V_1(k) &\leq \bar{x}^T(k) (T\bar{A}(\theta) + I)^T P (T\bar{A}(\theta) + I) \bar{x}(k) \\ & \quad - \bar{x}^T(k)P\bar{x}(k) + \\ & \bar{x}^T(k)T (T\bar{A}(\theta) + I)^T P R^{-1} P (T\bar{A}(\theta) + I) \bar{x}(k) + \\ & \bar{x}^T(k-d)T\bar{A}_d^T(\theta)R\bar{A}_d(\theta)\bar{x}(k-d) + \\ & \bar{x}^T(k-d)T^2 \bar{A}_d^T(\theta)P\bar{A}_d(\theta)\bar{x}(k-d) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\delta V_2(k) = \frac{V_2(K+1) - V_2(k)}{T} = \quad (19)$$

$$\bar{x}^T(k)R\bar{x}(k) - \bar{x}^T(k-d)R\bar{x}(k-d)$$

由式(18)和式(19)可得

$$\begin{aligned} \delta V(k) \leq & \bar{x}^T(k) \left[ (T\bar{A}(\theta) + I)^T P (T\bar{A}(\theta) + I) \right] \bar{x}(k) + \\ & \bar{x}^T(k) [-P + R] \bar{x}(k) + \\ & \bar{x}^T(k) T (T\bar{A}(\theta) + I)^T P R^{-1} P (T\bar{A}(\theta) + I) \bar{x}^T(k) + \\ & \bar{x}^T(k-d) T \bar{A}_d^T(\theta) R \bar{A}_d(\theta) \bar{x}(k-d) + \\ & \bar{x}^T(k-d) [T^2 \bar{A}_d^T(\theta) P \bar{A}_d(\theta) - R] \bar{x}(k-d) \end{aligned}$$

(20)

令式(20)中

$$\begin{aligned} & (T\bar{A}(\theta) + I)^T P (T\bar{A}(\theta) + I) + \\ & T (T\bar{A}(\theta) + I)^T P R^{-1} P (T\bar{A}(\theta) + I) - P + R = \Delta \\ & T \bar{A}_d^T(\theta) R \bar{A}_d(\theta) + T^2 \bar{A}_d^T(\theta) P \bar{A}_d(\theta) - R = \Delta_1 \end{aligned}$$

由引理 3 可得,  $\Delta \leq 0$  等价于

$$\bar{\Delta} = \begin{bmatrix} -P & R & \sqrt{T} (T\bar{A}(\theta) + I)^T (T\bar{A}(\theta) + I)^T & 0 \\ * & -R & 0 & 0 \\ * & * & -P^{-1} R P^{-1} & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

将式(11)代入式(21)得:

$$\bar{\Delta} = \begin{bmatrix} -P & R & \sqrt{T} \begin{bmatrix} \Delta_{adhfb} & 0 \\ \Delta_{adg} & \Delta_{adg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{adhfb} & 0 \\ \Delta_{adg} & \Delta_{adg} \end{bmatrix} & 0 \\ * & -R & 0 & 0 \\ * & * & -P^{-1} R P^{-1} & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} =$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -P & R & \sqrt{T} \begin{bmatrix} \Delta_a & 0 \\ 0 & \Delta_{adg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_a & 0 \\ 0 & \Delta_{adg} \end{bmatrix} \\ * & -R & 0 & 0 \\ * & * & -P^{-1} R P^{-1} & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix}}_{\Omega_1} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{T} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfb} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfb} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}}_{\Omega_2} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{T} \Delta_{dg} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{x^T} \begin{bmatrix} y \\ 0 & [I \ 0] & [I \ 0] \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} y^T \\ 0 \\ 0 \\ I \\ 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 0 & \sqrt{T} \Delta_{dg}^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

由引理 2 和式(22)得:

$$\bar{\Delta} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \Omega_1 + \Omega_2 & \begin{bmatrix} x^T Q_1 & y^T \\ -Q_1 & 0 \\ 0 & -Q_1 \end{bmatrix} \\ * & \begin{bmatrix} -Q_1 & 0 \\ 0 & -Q_1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}}_{\Pi_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Omega_2 & 0 \\ * & 0 \end{bmatrix}}_{\Pi_2} \quad (23)$$

其中  $Q_1$  为正定对称矩阵。

在式(23)中

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{T} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfb} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfb} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix} =$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{T} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfbs} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfbs} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}}_{\Gamma_1} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{T} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfbd} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{dhfbd} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}}_{\Gamma_2} \quad (24)$$

其中  $\Delta_{dhfbs} = T D^T(\theta) H^T(\theta) F_s^T B^T(\theta)$ 

在式(24)中

$$\Gamma_2 \leq \begin{bmatrix} z^T \\ \Delta_{dh} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ 00[\sqrt{T}\Delta_{bf}0][\Delta_{bf}0]00 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w^T \\ 0 \\ 0 \\ \sqrt{T}\Delta_{bf}^T \\ 0 \\ \Delta_{bf}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ [\Delta_{dh}^T0]000000 \end{bmatrix} \quad (25)$$

根据引理 1 和式(25)可得

$$\Gamma_2 \leq \alpha z^T z + \alpha^{-1} w^T w \quad (26)$$

其中  $\alpha$  是正实数。

根据式(23)、式(24)、式(26)可得:

$$\bar{\Lambda} \leq \Pi_1 + \Gamma_1 + \alpha_1 z^T z + \alpha_1^{-1} w^T w \quad (27)$$

根据式(27), 定理 1 中式(12)得证。

又由引理 3 得

$\Lambda_1 \leq 0$  等价于

$$\bar{\Lambda}_1 = \begin{bmatrix} -R & A_d^T \\ * & -TR^{-1} - T^2 P^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (28)$$

证明式(28)的过程和证明式(21)的过程同理, 此处省略, 进而式(13)得证。

为了可以在 MATLAB 中解线性矩阵不等式, 需要对式(12)和式(13)进行处理。处理过程如下:

在式 (12) 两端同时乘以对角矩阵  $\text{diag}(I I P P I I)$ 。同时, 令  $\theta_3 = \theta_{31} + \theta_{32}$

其中

$$\theta_{31} = \begin{bmatrix} -R & \begin{bmatrix} \Delta_{adhfsd} & 0 \\ 0 & A_{adgd} \end{bmatrix} \\ * & -TR^{-1} \end{bmatrix} \theta_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ * & -T^2 P^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_{adgd} = A_d^T(\theta) + I - D_d^T(\theta)G^T(\theta)$$

$$\Delta_{adhfsd} = A_d^T(\theta) + I + D_d^T(\theta)H^T(\theta)F_s^T B^T(\theta)$$

在  $\theta_{31}$  两端同时乘以对角矩阵  $\text{diag}(I, R)$ , 在  $\theta_{32}$

两端同时乘以对角矩阵  $\text{diag}(I, P)$ 。

#### 4 仿真实验

考虑文献[17]的实际系统

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.21 & 0 \\ 0.1 & -0.13 \end{bmatrix}, \quad A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.047 & -0.01 \\ 0 & 0.012 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} -0.17 & 0.13 \\ 0.012 & -0.36 \end{bmatrix}, \quad D_{d1} = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.07 \\ 0.09 & -0.04 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.23 & 0 \\ 0.05 & -0.15 \end{bmatrix}, \quad A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.033 & 0.01 \\ -0.01 & 0.062 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} -0.25 & 0.16 \\ 0.05 & -0.28 \end{bmatrix}, \quad D_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.011 \\ 0.017 & -0.04 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.02 & -0.1 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.1 \\ 0.18 & -0.23 \end{bmatrix}。$$

设置采样周期  $T = 0.5 \text{ s}$ , 时滞步长  $d = 5T$ , 故障范围矩阵  $F_s = \text{diag}(0.1, 0.1)$ ,  $F_d = \text{diag}(1.9, 1.9)$ 。

利用 MATLAB 求解式(12)和式(13)矩阵不等式可得

$$G_1 = \begin{bmatrix} -0.0254 & 0.0324 \\ 0.0096 & -0.0792 \end{bmatrix}, \quad H_1 = \begin{bmatrix} -0.0274 & 0.0144 \\ 0.0584 & -0.1193 \end{bmatrix}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} -0.0563 & 0.0117 \\ 0.0006 & -0.1244 \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} -0.1156 & -0.0568 \\ 0.1227 & -0.2249 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = 9.0675, \quad \beta = 9.0675$$

当取故障矩阵为  $F = \text{diag}(0.5, 0)$  时, 绘制系统观测状态和状态误差响应曲线如图 1 和图 2 所示。

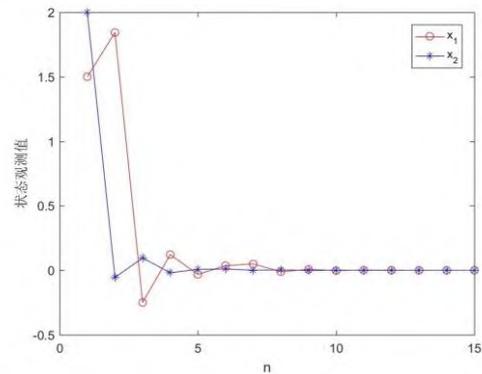


图 1 故障矩阵为  $F = \text{diag}(0.5, 0)$  时的状态观测响应曲线  
Fig. 1 State observation response curve when the fault matrix is  $F = \text{diag}(0.5, 0)$

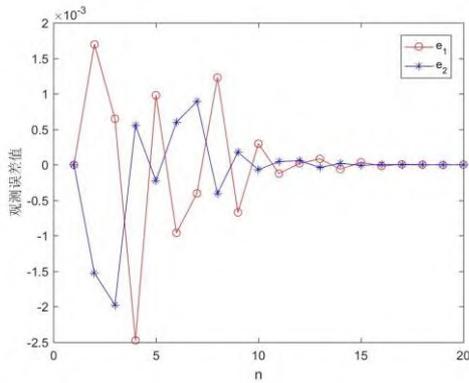


图 2 故障矩阵为  $F = \text{diag}(0.5, 0)$  时的状态误差响应曲线  
 Fig. 2 State error response curve when the fault matrix is  $F = \text{diag}(0.5, 0)$

当取故障矩阵为  $F = \text{diag}(0, 0.5)$  时, 绘制系统观测状态和状态误差响应曲线如图 3 和图 4 所示。

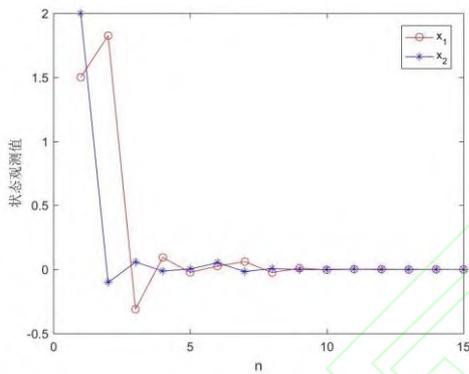


图 3 故障矩阵为  $F = \text{diag}(0, 0.5)$  时的状态观测响应曲线  
 Fig. 3 State observation response curve when the fault matrix is  $F = \text{diag}(0, 0.5)$

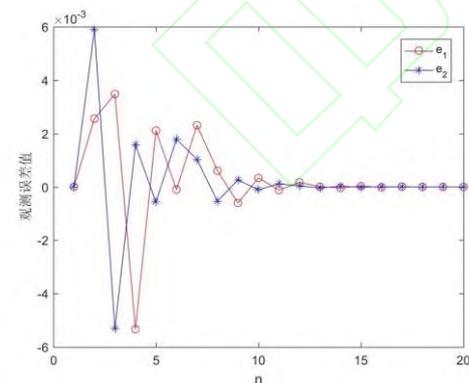


图 4 故障矩阵为  $F = \text{diag}(0, 0.5)$  时的状态误差响应曲线  
 Fig. 4 State error response curve when the fault matrix is  $F = \text{diag}(0, 0.5)$

当取故障矩阵为  $F = \text{diag}(1.5, 0.7)$  时, 绘制系统观测状态和状态误差响应曲线如图 5 和图 6 所示。

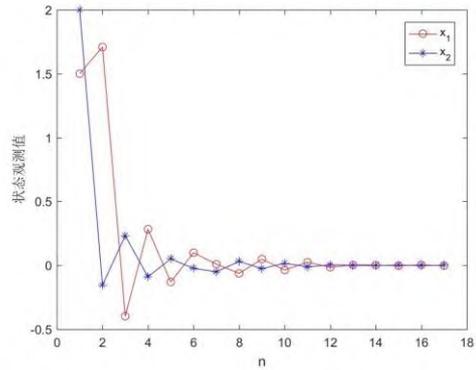


图 5 故障矩阵为  $F = \text{diag}(1.5, 0.7)$  时的状态观测响应曲线  
 Fig. 5 State observation response curve when the fault matrix is  $F = \text{diag}(1.5, 0.7)$

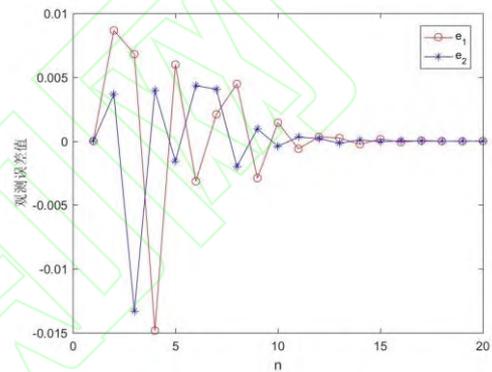


图 6 故障矩阵为  $F = \text{diag}(1.5, 0.7)$  时的状态误差响应曲线  
 Fig. 6 State error response curve when the fault matrix is  $F = \text{diag}(1.5, 0.7)$

在图 1、图 3、图 5 中, 蓝色折线代表离散系统第一个观测状态的响应曲线, 红色折线代表离散系统第二个观测状态响应曲线, 可以发现图中观测状态在第 14 步长之后均能趋于稳定; 在图 2、图 4、图 6 中, 蓝色折线代表离散系统第一个状态的误差响应曲线, 红色折线代表离散系统第二个状态的误差响应曲线, 可以看出第一个状态和第二个状态的误差在第 10 步之前均不超于  $1.5 \times 10^{-2}$ , 第 10 步之后不超于  $5 \times 10^{-3}$ , 证明本文所设计的求状态观测器增益和输出反馈增益的方法的有效性。

### 5 结 语

针对一类带有时滞项和执行器故障的离散 T-S 模糊系统, 设计了状态观测器观测系统不可直接测量的状态, 同时利用输出反馈构造控制器, 所设计的输出反馈控制可以使系统全部信号有界, 同时通过实例可以看出, 系统状态误差在第 10 步之前均不超于  $1.5 \times 10^{-2}$ , 第 10 步之后均不超于  $5 \times 10^{-3}$ , 系统

在第 14 步之后趋于稳定,证明了所设计方法的有效性。但是,文中所考虑的系统不含有外部扰动,所设计控制方法的抗干扰能力会不足,以后将进一步研究如何增强系统的抗干扰能力。

#### 参考文献:

- [1] TREESATAYAPUN C. Fault-tolerant control based on reinforcement learning and sliding event-triggered mechanism for a class of unknown discrete-time systems[J]. *Nonlinear analysis: hybrid systems*, 2023, 50: 101381.
- [2] CHEN L, XUE H, LIANG H J, et al. Adaptive fuzzy fault-tolerant containment control for nonlinear multiagent systems based on modified distributed observer[J]. *Fuzzy sets and systems*, 2023, 464: 108431.
- [3] 王敏,黄龙旺,杨辰光. 基于事件触发的离散 MIMO 系统自适应评判容错控制[J]. *自动化学报*, 2022, 48(5): 1234-1245.
- [4] 周琪,林国怀,马慧,等. 输入死区下的多输入多输出系统自适应神经网络容错控制[J]. *中国科学:信息科学*, 2021, 51(4): 618-632.
- [5] LIU X H, HAN J, WEI X J, et al. Intermediate variable observer based fault estimation and fault-tolerant control for nonlinear stochastic system with exogenous disturbance[J]. *Journal of the Franklin institute*, 2020, 357(9): 5380-5401.
- [6] LIU Y J, ZHAO X Y, PARK J H, et al. Fault-tolerant control for T-S fuzzy systems with an aperiodic adaptive event-triggered sampling[J]. *Fuzzy sets and systems*, 2023, 452: 23-41.
- [7] LI X Y, MA D Z, XIE X P, et al. Fault-tolerant synchronization of chaotic systems with fuzzy sampled data controller based on adaptive event-triggered scheme[J]. *International journal of fuzzy systems*, 2020, 22: 917-929.
- [8] ZHA L J, LIU J L, FANG J A, et al. Fault tolerant control for a class of T-S fuzzy systems using two channel event-triggered communication schemes[C]//Control Theory Professional Committee of China Association of Automation. Proceedings of the 36th Chinese Control Conference. Dalian: Control Theory Professional Committee of China Association of Automation, 2017: 8026-8031.
- [9] 姜建妹,杨月全,张天平,等. 离散时滞切换 T-S 型模糊系统稳定性及鲁棒控制[C]//中国自动化学会智能自动化专业委员会,江苏省自动化学会,2009 年中国智能自动化会议论文集(第七分册)[南京理工大学学报(增刊)]. 扬州大学信息工程学院自动化专业部, 2009: 5.
- [10] 刘金良. 具有随机传感器和执行器故障的 T-S 模糊离散系统的可靠性控制[J]. *系统科学与数学*, 2013, 33(3): 309-321.
- [11] 李明建. 基于 T-S 模糊模型的非线性时滞系统的鲁棒故障辨识研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2018.
- [12] LI H Y, GAO Y B, SHI P, et al. Output-feedback control for T-S fuzzy delta operator systems with time-varying delays via an input-output approach[J]. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 2014, 23(4): 1100-1112.
- [13] LI H Y, GAO Y B, WU L G, et al. Fault detection for T-S fuzzy time-delay systems: delta operator and input-output methods[J]. *IEEE Transactions on cybernetics*, 2014, 45(2): 229-241.
- [14] 刘祖润,陈志飞,李仁发. 具有非线性参数扰动的时滞控制系统鲁棒稳定性[J]. *西安矿业学院学报*, 1999, 19(2): 165-168.
- [15] KHARRAT D, GASSARA H, HAJJAJI A E, et al. Adaptive fuzzy observer-based fault-tolerant control for Takagi-Sugeno descriptor nonlinear systems with time delay[J]. *Circuits, systems, and signal processing*, 2018, 37(2): 1542-1561.
- [16] 王铁超,佟绍成. 一类不确定非线性系统的执行器故障模糊容错控制[J]. *模糊系统与数学*, 2011, 25(2): 93-105.
- [17] 余莉,罗洪林. 具有时变时滞的离散 T-S 模糊随机系统的耗散性分析[J]. *重庆师范大学学报(自然科学版)*, 2021, 38(2): 7-13.