



DOI:10.13364/j.issn.1672-6510.20210297

基于双 DQN 和扩展卡尔曼滤波的锂离子电池荷电状态估计

高洪森¹, 王雪², 魏宏博², 游国栋², 侯晓鑫², 赵双乐²

(1. 天津力神电池股份有限公司, 天津 300384; 2. 天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222)

摘要: 为了提高锂离子电池荷电状态(SOC)的估计精度,设计了一种基于双深度 Q 网络(双 DQN)和扩展卡尔曼滤波(EKF)的锂离子电池 SOC 估计算法. 选择锂离子电池二阶 RC 等效电路为研究对象,采用 EKF 算法重构了锂离子电池的离散系统数学模型;结合深度强化学习思想,构造了一种深度强化学习扩展卡尔曼滤波算法. 该算法设计了双 DQN,并对 EKF 参数进行优化. 仿真结果表明,与 DQN 扩展卡尔曼滤波算法相比,双 DQN 扩展卡尔曼滤波算法具有更好的收敛性、自适应能力以及估计精度.

关键词: 锂离子电池; 双 DQN; 荷电状态; 扩展卡尔曼滤波

中图分类号: TM912 文献标志码: A 文章编号: 1672-6510(2022)04-0049-06

State of Charge Estimation of Li-ion Batteries Based on Double DQN and Extended Kalman Filters

GAO Hongsen¹, WANG Xue², WEI Hongbo², YOU Guodong², HOU Xiaoxin², ZHAO Shuangle²

(1. Tianjin Lishen Battery Joint-stock Co., Ltd., Tianjin 300384, China;

2. College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of the state of charge(SOC) estimation of the Li-ion battery, a Li-ion batteries state of charge estimation algorithm based on double depth Q network(double DQN)and extended Kalman filters(EKF)is proposed in this article. The second-order RC equivalent circuit model was selected as the research object, state-space model of coefficient of variation of the Li-ion battery was structured by EKF algorithm. Moreover, combined with the idea of deep reinforcement learning, a reinforcement learning extended Kalman filters algorithm was structured, which designed a double DQN and optimized the EKF parameters. Compared with DQN extended Kalman filter algorithm, double DQN extended Kalman filters has better convergence, adaptive ability and better estimation accuracy through simulation.

Key words: Li-ion battery; double DQN; state of charge; extended Kalman filter

与铅酸电池以及碱性电池相比,锂离子电池具有能量密度高、自放电率低、无记忆效应以及热效应小等优点^[1]. 但是,单节锂离子电池只能够产生 1.5 ~ 4.5 V 的输出电压,在实际应用中为了获得满足需求的输出电压,通常要把多个锂离子电池串联起来使用^[2]. 在电池管理系统(BMS)中,荷电状态(state of charge, SOC)是一个用于表示电池状态的重要参数,它不仅给出电池组当前的剩余容量,而且能指示

电池组的可用寿命. 作为 BMS 的一个重要参数, SOC 一般用于评估电池的运行状态和健康状况^[3], SOC 的准确估计对锂离子电池的高效利用和能量管理具有重要意义.

卡尔曼滤波(Kalman filters, KF)算法是利用线性系统状态方程,通过系统输入输出观测数据,对系统进行最优估计的算法. 由于观测数据中包括系统中的噪声和干扰,所以也可以把最优估计当作一个滤波

收稿日期: 2021-12-29; 修回日期: 2022-04-06

基金项目: 天津市科技支撑重点项目(17YFZCNC00230); 天津市自然科学基金重点资助项目(13JCZDJC29100)

作者简介: 高洪森(1977—),男,山东沂水人,高级工程师; 通信作者: 游国栋,教授, yougdong@sina.com

过程,卡尔曼滤波算法是一种常见的锂离子电池 SOC 估计算法^[4-5]. 锂离子电池在工作时,其运行状态复杂而且容易受很多因素的干扰. 为了解决串联锂离子电池组不一致性的辨识与 SOC 估计等问题,葛云龙等^[6]提出一种 STF&LM 算法,该算法能将各单体电池的 SOC、内阻估计误差控制在合理的范围内,从而更好地辨识电池组内电池的不一致性以及进行 SOC 的估计. 范文杰等^[7]在分析锂离子电池二阶 RC 等效电路的基础上,采用电化学阻抗谱对锂离子电池的内部温度进行了估计,该方法提高了电池欧姆电阻和容量估计的精度. 上述算法大都把系统的噪声特性设置为已知的量,然而在系统运行时,它的过程噪声方差阵或观测噪声方差阵并不是已知的,并且还具有很强的不确定性和时变性,因此如果错误估计了参数,常常会造成滤波的发散.

深度强化学习将深度学习的感知能力和强化学习的决策能力相结合,可以直接根据输入图像进行输出控制,是一种更加接近人类思维方式的人工智能方法^[8-10]. 文献[11]利用深度强化学习思维,提出了一种强化学习的锂离子电池 SOC 估计算法,该方法的优点在于能够更加准确且灵活地估计锂离子电池的 SOC,缺点是更改参数存在困难. 文献[12]和文献[13]分别将神经网络和卡尔曼滤波算法相结合,提出了两种不同的算法,实验均验证了算法能够提高锂离子电池 SOC 估计的精度. 但是在上述算法中,初始学习参数的选择主要依靠经验,如果参数选择不当,很容易产生局部最优解. 廖晓闽等^[14]构建了一种深度强化学习的蜂窝网资源分配算法,用于解决蜂窝网资源分配多目标优化问题. 作者通过 Q-learning 机制设计了误差函数,利用梯度下降法训练深度神经网络的权值,训练结果表明该算法能够自主设置资源分配方案的偏重程度,且收敛速度快.

基于上述分析,本文通过构建锂离子电池的二阶 RC 等效电路模型,建立了离散系统数学模型,设计了一种新的基于深度强化学习扩展卡尔曼滤波锂离子电池 SOC 估计算法. 首先,通过分析锂离子电池二阶 RC 等效电路模型,建立了电池的 SOC 空间模型,并利用扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)算法构建了锂离子电池的离散系统数学模型. 结合人工智能思想,进一步设计了一个深度强化学习扩展卡尔曼滤波锂离子电池 SOC 估计算法,该算法设计了双深度 Q 网络(双 DQN, DDQN),并对 EKF 参数进行优化. 仿真结果表明该算法能够较好

地提高 SOC 的估计精度.

1 锂离子电池等效电路模型

针对锂离子电池 SOC 估计的模型主要有等效电路模型、电化学模型和人工神经网络模型. 相比后两者,前者能准确表达电池的动态特性,故本文选择锂离子电池二阶 RC 等效电路模型作为研究对象,锂离子电池二阶 RC 等效电路模型如图 1 所示. 二阶 RC 等效电路模型是由两组 RC 网络、串联的电阻器和电压源组成的电路. 图 1 中: U_t 为输出端电压; U_{oc} 为电池开路电压; R_c 为电池欧姆电阻; I_c 为电池的工作电流; R_1 、 C_1 分别为电池电化学极化电阻和极化电容; R_2 、 C_2 分别为电池浓度极化电阻和极化电容; U_1 为 R_1 、 C_1 的端电压; U_2 为 R_2 、 C_2 的端电压.

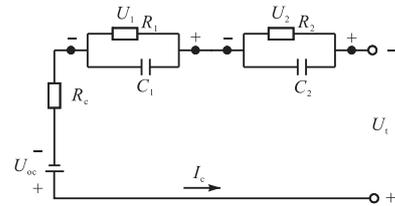


图 1 锂离子电池二阶 RC 等效电路模型

Fig. 1 Second-order RC equivalent circuit model of Li-ion battery

根据图 1 的二阶 RC 等效电路模型可得到电路的基本方程

$$\begin{cases} U_t = U_{oc} - U_1 - U_2 - I_c R_c \\ I_c = \frac{U_1}{R_1} + C_1 \frac{dU_1}{dt} = \frac{U_2}{R_2} + C_2 \frac{dU_2}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{dU_1}{dt} = -\frac{1}{C_1 R_1} U_1 + \frac{I_c}{C_1} \\ \frac{dU_2}{dt} = -\frac{1}{C_2 R_2} U_2 + \frac{I_c}{C_2} \end{cases} \quad (2)$$

根据美国先进电池联合会的定义, SOC 的计算公式为

$$\begin{cases} S(t) = S(t_0) - \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^t \eta I_c(t) dt \\ \frac{dS}{dt} = \frac{I_c}{C_N} \end{cases} \quad (3)$$

式中: S 为电池的 SOC; $S(t)$ 为 t 时刻的 SOC; $S(t_0)$ 为 t_0 时刻的 SOC; C_N 为标称容量; η 为库仑效率,即实际充电电流与实际电池电流之比.

$I_c > 0$ 时, 电池正在进行放电; $I_c < 0$ 时, 电池正在

进行充电.

根据开路电压法, 可知等效电路模型中的开路电压与电池的 SOC 存在线性关系. 即

$$U_{oc} = f(S) \quad (4)$$

2 本文算法

2.1 基本知识

EKF 是在 KF 基础上, 将非线性环节线性化, 对状态方程和观测方程的系数矩阵进行泰勒级数展开, 并忽略或逼近二次及以上的高次项, 以此来解决非线性问题. 锂离子电池充放电是一种典型的非线性过程, 采用 EKF 对其二阶 RC 等效电路模型电气基本方程进行离散化, 得到

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} U_{1,k} \\ U_{2,k} \\ S_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\Delta t}{R_2 C_2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{1,k-1} \\ U_{2,k-1} \\ S_{k-1} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} R_1 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_1 C_1}}\right) \\ R_2 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_2 C_2}}\right) \\ \eta \frac{\Delta t}{Q_1} \end{bmatrix} \times I_c(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_k \end{bmatrix} \\ U_t(k) = U_{oc}(k) - R_c I_c(k) - U_{1,k} - U_{2,k} + v_k \end{cases} \quad (5)$$

式中: Δt 为采样时间, Q_1 为电池额定容量, w_k 为系统噪声, v_k 为观测噪声.

双 DQN 通过使用两个 Q 网络解决算法在学习过程中产生的过估计问题^[14]. 双 DQN 利用当前 Q 网络 $Q(s_t, a_t, \theta)$ 负责动作的选择, 利用目标 Q 网络 $Q'(s_t, a_t, \theta)$ 负责计算目标 Q 值, 减少因为 Q 值的最大值计算带来的偏差所导致的值函数过估计问题, 关系如式 (6) 所示.

$$Q(s_t, a_t, \theta) \leftrightarrow \gamma + Q'[s_{t+1}, \arg \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta)] \quad (6)$$

式中: a_t 为当前 Q 网络选择的动作变量, s_t 为当前 Q 网络的状态变量, θ 为当前 Q 网络的参数, γ 为当前 Q 网络的折扣因子.

基于双 DQN 的目标 Q 值计算如下

$$Y_t^{\text{DDQN}} = r_{t+1} + \gamma Q[s_{t+1}, \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta), \theta] \quad (7)$$

式中: r_{t+1} 为目标 Q 网络的奖励变量; θ 为目标 Q 网

络的参数.

2.2 运行流程

利用控制动作执行的实时情况, 对强化学习控制进行优化训练, 通过学习对 EKF 的参数进行持续优化. 为了避免学习陷入局部最优, 同时保证算法的收敛速度, 本文引入了贪婪策略 (ϵ -policy). 在双 DQN 模块中, 通过在每次迭代中优化目标函数, 实现损失函数 $[Y_i - Q(s_i, a_i, \theta)]^2$ 的最小化. 优化储能预测的 EKF 中参数的双 DQN 流程图如图 2 所示.

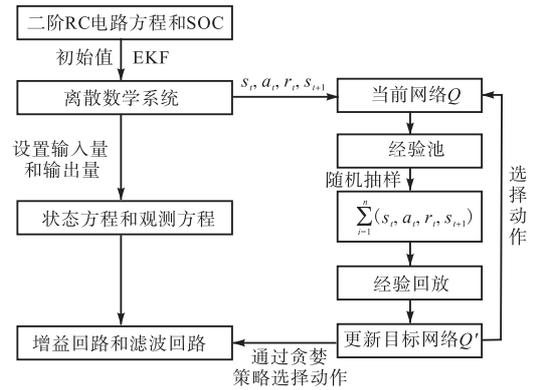


图 2 优化储能预测的 EKF 中参数的双 DQN 流程图
Fig. 2 Double DQN flow chart for optimizing parameters in EKF for energy storage prediction

基于双 DQN 和 EKF 的锂离子电池 SOC 估计的运行流程由两部分组成, 分别为环境和智能体.

第一部分为环境, 它由等效电路模块和 EKF 模块组成. 首先, 构建锂离子电池二阶 RC 等效电路模型, 建立锂离子电池动态特性电气方程; 然后, 将电气方程离散化, 获得状态方程和观测方程; 最后, 代入 EKF 模块中, 进行循环迭代, 对锂离子电池的 SOC 进行估计. 作为环境, 需要为智能体提供状态变量 s_t 、动作变量 a_t 和奖励变量 r_t , 并且需要对它们的参数进行设置.

状态变量类型的选择对控制性能有重要影响. 为了防止训练后的深度神经网络陷入局部最优, 一般需要观察和训练的状态变量较少. 然而, 双 DQN 算法在缺少关键状态变量的情况下, 可能无法充分理解状态转换过程与环境之间的相互作用关系, 导致迭代和收敛困难. 因此, 选取等效电路模型的状态函数和 EKF 中导致 SOC 估计造成误差的函数作为状态变量, 即 $s_k = \{Q_k, R_k, x_k, P_k, U_t(k), U_{1,k}, U_{2,k}\}$.

由于所研究的锂离子电池二阶 RC 等效电路已通过 EKF 转换为离散数学系统, 需要将动作离散化, 并且将离散化步长设置适中. 如果离散化步长过小,

则增加算法训练时间;如果离散化步长过大,会造成算法的局部最优. 根据假设, EKF 为双 DQN 模块提供 EKF 中的观测方差 R , 动作参数为

Action = {increasing R 10 times, increasing R 5 times, maintaining R , decreasing R 5 times, decreasing R 10 times}

奖励函数用于评估给定状态下动作值的质量, 主要依赖于 SOC 的估计误差 (e_{soc}), 其定义为

$$R_e = \frac{10}{|e_{soc}| + L_r} \quad (8)$$

式中: R_e 表示奖励函数, L_r 表示学习因子.

第二部分为智能体, 即双 DQN 模块, 它利用由 EKF 模块提供的状态 s_t 、动作 a_t 和奖励 r_t , 采用贪婪策略选择动作, 改变 EKF 中的观测方差 R , 将产生的经验样本 (r_t, s_{t+1}) 存储到经验池中, 然后每隔 D 步对随机抽取的经验样本进行经验回放, 更新网络参数. 该部分的核心是采用贪婪策略选择动作对 EKF 模块的参数进行优化, 随着迭代次数的增加, 动作的输出逐渐稳定, 奖励函数获得最优值. 该模块的算法框架如图 3 所示.

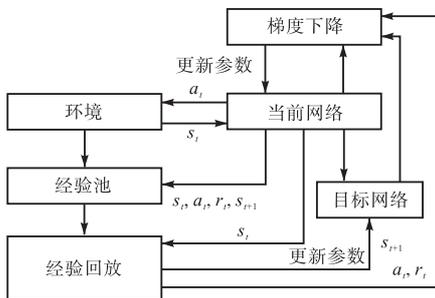


图 3 双 DQN 模块的训练算法框架

Fig. 3 Training algorithm framework of double DQN

根据仿真需求与人工经验对双 DQN 算法的超参数进行设置. 超参数是在算法开始学习过程之前设置的参数, 包括学习率 α 、折扣因子 γ 、存储样本最大值 N 、贪婪策略的初始概率 ϵ 和经验回放大小 n , 超参数设置见表 1.

表 1 双 DQN 算法的超参数设置

Tab. 1 Super parameters setting of double DQN algorithm

超参数	数值
学习率 α	0.001
折扣因子 γ	0.99
贪婪策略的初始概率 ϵ	0.4
经验回放大小 n	500
存储样本最大值 N	1 000

3 仿真实验

3.1 参数设置

3.1.1 电池基本参数

文中选取的研究对象为天津力神电池股份有限公司生产的 18650EC 型锂离子电池, 该电池的额定容量为 1.3 A·h, 标称电压为 3.2 V, 充电截止电压为 3.6 V, 放电截止电压为 2.8 V.

3.1.2 测量步骤

使用电池测量装置, 不断地进行充放电实验, 测量电池的开路电压, 测量时按照如下步骤进行操作:

第一步: 将待测电池测试环境的温度设定在常温 ($20 \sim 25 \text{ }^\circ\text{C}$).

第二步: $0.02 I_t$ (I_t 为参考电流) 恒流充电至 3.6 V, 然后恒压充电, 至电流小于 $0.02 I_t$, 静置 1 h. SOC 标记为 100%, 记录放电开路电压.

第三步: $0.02 I_t$ 恒流放电, 放电时间为 10 min, 静置 1 h. SOC 标记为 90%, 记录放电开路电压.

第四步: 重复第三步, 分别将电池的 SOC 标记为 80%、70%……10%、0.

第五步: 静置 1 h, $0.02 I_t$ 恒流充电, 操作过程与放电过程相同, 每次充电后静置 1 h, 记录充电开路电压.

3.1.3 拟合 $U_{oc}-S$ 特性曲线

经过以上的测量步骤, 可以得到电池不同 SOC 时对应的开路电压, 拟合后得到的 $U_{oc}-S$ 特性曲线如图 4 所示.

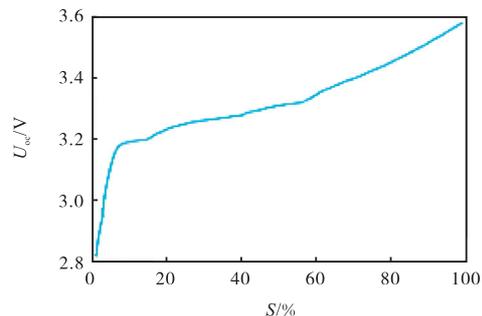


图 4 $U_{oc}-S$ 特性曲线

Fig. 4 $U_{oc}-S$ characteristic curve

3.2 仿真

基于 DQN 和双 DQN 算法的训练迭代中累计奖励的均值如图 5 所示. 在学习的初始阶段, 智能体更倾向于选择“探索”策略, 目的是找到更多有关环境的信息(即尝试各种控制动作), 导致累计奖励的均值

在相对较低的水平. 随着训练迭代的进行, 两种智能体都逐渐倾向于选择累计奖励较高的动作, 即奖励函数值随着 SOC 的估计误差的减小而单调增加, 最终趋于稳定. 但由于探索的波动, 累计奖励并不是严格连续递增的. 与 DQN 相比, 基于双 DQN 的策略在收敛速度上显示出更好的性能和更高的累计奖励的均值, 表明双 DQN 可以同时产生更准确的价值估计和更好的策略.

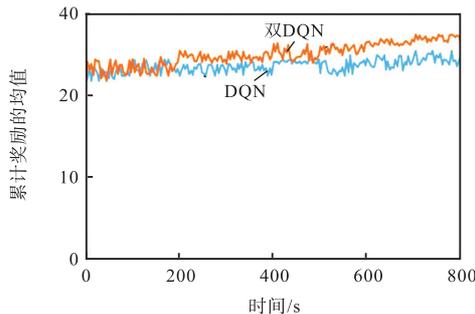


图5 累计奖励的均值

Fig. 5 Average value of cumulative awards

基于 EKF 的锂离子电池 SOC 的估计误差观测图如图 6 所示. 在仿真初始阶段, 误差较小; 但是, 随着时间的推移, 误差逐渐变大, 最后逐渐变小, 趋于平稳. 基于 EKF 的锂离子电池 SOC 估计虽然具有较好的准确度, 但是仍旧存在误差偏大和收敛时间较长的缺点.

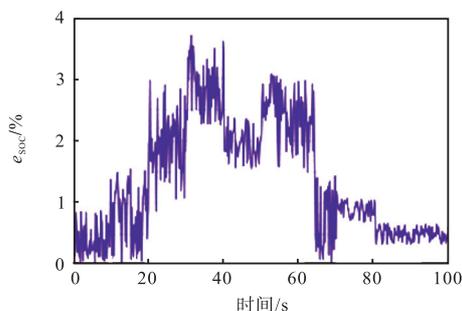


图6 基于EKF的锂离子电池SOC的估计误差观测图

Fig. 6 Observation diagram of state of charge estimation error of Li-ion battery based on EKF parameters

基于 DQN 和双 DQN 算法优化 EKF 参数的锂离子电池 SOC 的估计误差观测图如图 7 所示. 在仿真初期, 基于 DQN 和双 DQN 算法的 SOC 的估计误差均偏大; 但是随着迭代训练的增加, 两者 SOC 的估计误差均逐渐变小. 对比图 5—图 7 可知, 双 DQN 算法得到的锂离子电池 SOC 的估计误差比另外两种算法得到的要小, 双 DQN 算法的性能高于另外两种算法.

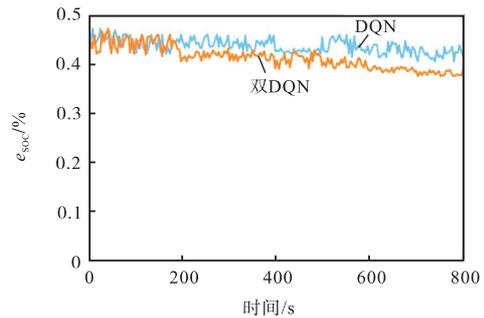


图7 基于DQN和双DQN算法优化EKF参数的锂离子电池SOC的估计误差观测图

Fig. 7 Observation diagram of state of charge estimation error of Li-ion battery based on DQN and double DQN algorithm to optimize EKF parameters

4 结 语

针对锂离子电池的 SOC 估计精度问题, 结合传统的 EKF 算法和深度强化学习思想, 设计一种新的双 DQN 扩展卡尔曼滤波锂离子电池 SOC 估计方法. 该方法采用深度强化学习对 EKF 的参数进行优化, 对原有的 SOC 估计方法进行改进, 提高了 SOC 的估计性能. 通过实验测试与数据拟合, 构建锂离子电池开路电压与 SOC 特性曲线模型, 设计关于优化储能预测的 EKF 中参数的双 DQN 的框架图, 选择等效电路模型的状态函数和 EKF 中导致 SOC 估计产生误差的函数作为状态变量, 对控制动作 EKF 中的观测方差进行改变, 从而对 SOC 进行估计. 仿真结果表明, 该估计方法在利用两种算法优点的基础上, 有效降低了估计过程的计算量, 进而提升了 SOC 估计的精度, 具有较好的实用性.

参考文献:

- [1] WANG Y J, TIAN J Q, SUN Z D, et al. A comprehensive review of battery modeling and state estimation approaches for advanced battery management systems[J]. Renewable and sustainable energy reviews, 2020, 131: 110015.
- [2] WANG D F, HUANG H Q, TANG Z H, et al. A lithium-ion battery electrochemical-thermal model for a wide temperature range applications[J]. Electrochimica acta, 2020, 362: 137118.
- [3] HE L, HU M K, WEI Y J, et al. State of charge estimation by finite difference extended Kalman filter with HPPC parameters identification[J]. Science China technological sciences, 2020, 63 (3) : 410-421.

- [4] HANNAN M A, LIPU M S H, HUSSAIN A, et al. A review of lithium-ion battery state of charge estimation and management system in electric vehicle applications: challenges and recommendations[J]. *Renewable and sustainable energy reviews*, 2017, 78: 834–854.
- [5] JIANG Z Y, QU Z G, ZHOU L, et al. A microscopic investigation of ion and electron transport in lithium-ion battery porous electrodes using the lattice Boltzmann method[J]. *Applied energy*, 2017, 194: 530–539.
- [6] 葛云龙, 陈自强. 基于 STF&LM 算法的串联锂离子电池组不一致性辨识与状态估计[J]. *中国电机工程学报*, 2018, 38(14): 4271–4280.
- [7] 范文杰, 徐广昊, 于泊宁, 等. 基于电化学阻抗谱的锂离子电池内部温度在线估计方法研究[J]. *中国电机工程学报*, 2021, 41(9): 3283–3293.
- [8] LI W H, FAN Y, RINGBECK F, et al. Electrochemical model-based state estimation for lithium-ion batteries with adaptive unscented Kalman filter[J]. *Journal of power sources*, 2020, 476: 228534.
- [9] TRAN M K, MEVAWALA A, PANCHAL S, et al. Effect of integrating the hysteresis component to the equivalent circuit model of lithium-ion battery for dynamic and non-dynamic applications[J]. *Journal of energy storage*, 2020, 32: 101785.
- [10] ZHANG C P, JIANG Y, JIANG J C, et al. Study on battery pack consistency evolutions and equilibrium diagnosis for serial-connected lithium-ion batteries[J]. *Applied energy*, 2017, 207: 510–519.
- [11] KIM M, KIM K, KIM J, et al. State of charge estimation for lithium ion battery based on reinforcement learning[J]. *IFAC Papers on line*, 2018, 51(28): 404–408.
- [12] SBARUFATTI C, CORBETTA M, GIGLIO M, et al. Adaptive prognosis of lithium-ion batteries based on the combination of particle filters and radial basis function neural networks[J]. *Journal of power sources*, 2017, 344: 128–140.
- [13] SHEN J N, SHEN J J, HE Y J, et al. Accurate state of charge estimation with model mismatch for Li-ion batteries: a joint moving horizon estimation approach[J]. *IEEE Transactions on power electronics*, 2018, 34(5): 4329–4342.
- [14] 廖晓闽, 严少虎, 石嘉, 等. 基于深度强化学习的蜂窝网资源分配算法[J]. *通信学报*, 2019, 40(2): 11–18.

责任编辑: 周建军

(上接第 48 页)

- Proceedings of the Seventh International Symposium on Instrumentation and Control Technology. Beijing: International Society for Optics and Photonics, 2008.
- [14] 周飞燕, 金林鹏, 董军. 卷积神经网络研究综述[J]. *计算机学报*, 2017, 40(6): 1229–1251.
- [15] 牛妞王洁, 程君霞, 程瑛璠, 等. 指静脉识别技术的应用前景研究[J]. *电脑知识与技术*, 2021, 17(12): 190–191.
- [16] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks[C]//Proceedings of the 26th Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2012. Nevada: NIPS, 2012.
- [17] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition[C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Learning Representations. San Diego: Computational and Biological Learning Society, 2015.
- [18] SANDLER M, HOWARD A, ZHU M L, et al. Mobilenetv2: inverted residuals and linear bottlenecks[C]//Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. Salt Lake City: IEEE, 2018: 4510–4520.
- [19] YIN Y L, LIU L L, SUN X W. SDUMLA-HMT: a multimodal biometric database[C]//Proceedings of the Chinese Conference on Biometric Recognition. Heidelberg: Springer, 2011: 260–268.
- [20] ASAARI M S M, SUANDI S A, ROSDI B A. Fusion of band limited phase only correlation and width centroid contour distance for finger based biometrics[J]. *Expert systems with applications*, 2014, 41(7): 3367–3382.
- [21] ZHOU J C, JIA X, SHEN L L, et al. Improved softmax loss for deep learning-based face and expression recognition[J]. *Cognitive computation and systems*, 2019, 1(4): 97–102.
- [22] ALAY N, AL-BAITY H H. Deep learning approach for multimodal biometric recognition system based on fusion of iris, face, and finger vein traits[J]. *Sensors*, 2020, 20(19): 5523.

责任编辑: 周建军