



自由降膜在横向波纹竖壁上的流动与蒸发的分析

师晋生

(天津科技大学机械工程学院, 天津 300222)

摘要: 对竖直放置的横向波纹形壁面上的定型层流自由降落液膜的运动与蒸发传热进行了分析. 对这种运动的控制微分方程及边界条件作无量纲化处理, 以壁面波纹为摄动参数对方程组进行幂级数展开, 得到了摄动分析模型. 通过求解该模型获得了液膜流速、温度和自由表面位置的表达式, 讨论了壁面波纹对液膜运动的影响. 分析表明, 在一定的壁面波幅和波数条件下, 横向波纹对这种流动的传热有增强作用.

关键词: 下降液膜; 横向波纹; 层流; 传热

中图分类号: TK121; TQ021.3 文献标识码: A 文章编号: 1672-6510 (2008) 02-0050-05

Analysis on the Flow and Evaporation of a Freely Falling Liquid Film Down a Vertical Plate with Transverse Wavy Surface

SHI Jin-sheng

(College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

Abstract: A research on the flow and evaporation heat transfer of a fully developed laminar liquid film falling freely down a vertical plate with a transverse wavy surface was carried out. Governing equations of film with their boundary conditions as well were firstly non-dimensionalized. Assuming the wave amplitude of the plate as perturbations, a perturbation model with zeroth and first order sets of governing equations was then developed and was solved by expanding variables into power series. Expressions for film velocity, temperature and position of the free surface of film were obtained. Effects of dimensionless amplitude and wave number of the plate surface wave on the flow and heat transfer of film were discussed. It is shown that, when the wave amplitude and number were properly chosen, solid plate with transverse wavy surface is of enhancement effect on the liquid film heat transfer.

Keywords: falling liquid film; transverse wave; laminar flow; heat transfer

作为一种强化热质传递的技术, 扩展表面元件上的降落液膜的传热传质一直备受关注^[1,2], 许多学者从不同角度对各种强化扩展表面上的降膜过程进行了大量研究. 目前, 强化表面降膜过程已经在能源、动力、化工、轻工、制冷等很多工业领域得到了广泛应用. 然而, 由于强化表面的传热传质元件增加了液膜过程的复杂性, 迄今从液膜控制方程出发进行的理论上的研究还很不全面和深入, 有的方面甚至还是空白.

在降落液膜的强化元件中, 波纹板表面因具有结构简单、加工方便、强化效果显著等优点而占有重要地位. 按照流体介质的流动方向与壁面波纹的排布方向, 可将波纹壁面分为纵向波纹壁面和横向波纹壁面两种类型, 本文所谓横向波纹是指固体壁面上波峰向波谷变化的方向与介质的流动方向相垂直, 纵向波纹则指波峰波谷的变化方向与流动方向平行. 在这两类波纹表面传热元件中, 纵向波纹的应用包括了流体单一相态时的传热及流体的蒸发与冷凝, 横向波纹

收稿日期: 2007-11-12; 修回日期: 2008-01-16

基金项目: 天津市应用基础研究基金资助项目 (07JCYBJC01300)

作者简介: 师晋生 (1964—), 男, 山西河津人, 副教授, 博士, 主要从事化工过程与设备的研究.

则主要用在降落液膜的蒸发与冷凝中.

当前对波纹板元件上的自由降膜过程的理论研究还十分有限,尤其对横向波纹壁面上的液膜的研究还主要集中于薄液膜在垂直于主流方向上的横向流动与蒸发或冷凝.对厚度相对于壁面波纹较大的液膜在横向波纹壁面上的理论研究还鲜见报道^[3-5].相对而言,前人对波纹壁面通道内的满管流传热做的理论与实验研究较多^[6,7],揭示了波纹结构与流阻及传热特性之间的关系.波纹表面降膜研究的这种薄弱局面是因为对此类液膜进行物理分析存在着特殊的困难,这就是传热元件表面形状的变化和液膜自由表面的位置难以确定.

为此,本文以竖直放置的横向波纹表面的固体壁面上自由降落液膜的流动与蒸发传热为题,以壁面波纹的波幅与液膜厚度的比值为摄动参数建立简化分析模型,突出主要影响因素,对这种情况下充分发展段的液膜过程进行探索,得出液膜流速及其自由表面的解析关系式,分析壁面波纹的波幅和周长对传热特性的影响.

1 简化模型的提出

横向波纹壁面上液膜的流动与蒸发传热示意图见图 1.表面加工有余弦形状的横向波纹板竖直放置,温度恒定.物性恒定不变,处于饱和温度的液体以层流状态在壁面上依靠重力作用而自由流下,流动方向竖直向下,即图中垂直指向纸面方向,取其为 x 坐标方向, y 坐标垂直于波纹板指向液膜外面, z 坐标取在壁面波峰波谷的中线上.液体的一个边界与壁面接触,另一个边界与空气接触而形成自由表面,空气处于静止状态,其对液膜的作用力忽略不计.忽略液膜沿流动方向即 x 方向的波动以及自由表面上表面张力的影响.在充分发展段,流速和温度沿 x 方向

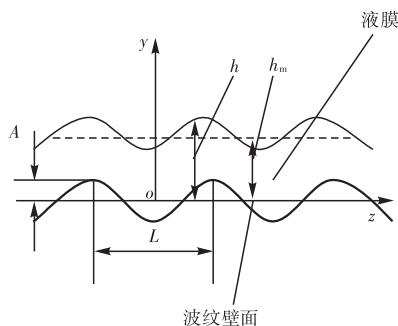


图 1 横向波纹壁面上的降膜

Fig. 1 Falling film on transverse wavy surface plane

不再发生变化,此时液膜在 y 向和 z 向的速度为 0,液膜的流动成为 x 方向的一维流动,只是其流动速度 u 沿 y, z 坐标发生着变化.液膜自由表面在 y 坐标的位置 h 沿 z 向而变化,而其平均厚度 h_m 保持不变,自由表面不受外力作用,其速度沿法向的梯度为零,温度即为液体的饱和温度.

1.1 原始方程

在上述假设条件下,液膜流动及传热的控制方程及其边界条件为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{g}{v} &= 0 \\ \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} &= 0 \\ y = A \cos(2\pi z/L), \quad u &= 0, \quad t = t_w \\ y = h, \quad \frac{\partial u}{\partial n} &= 0, \quad t = t_s \end{aligned}$$

式中: v 和 g 分别为液体的运动黏度和重力加速度; u 为液膜在 x 方向的速度; t 为温度; t_w 和 t_s 分别为壁面温度和液体的饱和温度; A 为波纹壁面的波幅; L 为波纹一个周期的长度; n 为液膜自由表面的法线方向.在此情况下,液膜的控制方程是简单的二阶线性偏微分方程,在简单规则的边界条件下很容易得到解析解,但在本文的壁面形状下,难以进行精确求解,近似求解成为必然.

1.2 方程的无量纲化

设在 y, z 平面沿 z 方向单位长度上的液膜体积流量为 Γ ,以液膜平均厚度 h_m 为特征长度、 Γ/h_m 为特征速度、 $t_w - t_s$ 为特征温度,将各变量无量纲化,上标“*”代表无量纲量,则动量与能量方程为

$$\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} + \frac{g h_m^3}{v \Gamma} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 t^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 t^*}{\partial z^{*2}} = 0 \quad (2)$$

假定 $\varepsilon = A/h_m$ 为一小量,即 ε 与其他无量纲量相比小一个数量级.并设 $\lambda = 2\pi h_m/L$, $h = h_m(1+f(z))$,则相应的边界条件成为

$$y^* = \varepsilon \cos(\lambda z^*), \quad u^* = 0, \quad t^* = 1 \quad (3)$$

$$y^* = 1 + f(z^*), \quad \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = 0, \quad \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = 0, \quad t^* = 0$$

式中自由表面上的速度梯度已分解为 y, z 两个坐标上的分量.

1.3 幂级数展开

壁面的波纹形结构对液膜的流动产生影响,假设

无量纲流速、温度和液膜自由表面都由包含小量 ε 的无穷级数组成,为简单计,去掉各无量纲量的星号,仍表示无量纲量,有

$$\begin{aligned} u(y, z) &= u_0(y) + \varepsilon u_1(y, z) + \varepsilon^2 u_2(y, z) + \dots \\ t(y, z) &= t_0(y) + \varepsilon t_1(y, z) + \varepsilon^2 t_2(y, z) + \dots \\ f(z) &= \varepsilon f_1(z) + \varepsilon^2 f_2(z) + \dots \end{aligned}$$

按近似等级展开微分方程及边界条件,按照通常的做法,展开只进行到一级近似.令 $G = gh_m^3/\nu\Gamma$,其数量级为1.由式(1)、(2)分别得

$$\begin{aligned} u_{0,yy} + u_{0,zz} + \varepsilon(u_{1,yy} + u_{1,zz}) + G &= 0 \\ t_{0,yy} + t_{0,zz} + \varepsilon(t_{1,yy} + t_{1,zz}) &= 0 \end{aligned}$$

式中:下标中第一个数字表示零级或一级近似速度和温度,第二位及后边的字母表示对 y 坐标或 z 坐标求一阶、二阶及更高阶偏导.零级和一级近似方程分别为

$$\begin{aligned} u_{0,yy} + G &= 0, \quad t_{0,yy} = 0 \\ u_{1,yy} + u_{1,zz} &= 0, \quad t_{1,yy} + t_{1,zz} = 0 \end{aligned}$$

将壁面和自由表面的边界条件分别展开到 $y=0$ 和 $y=1$ 处,对式(3)的速度和温度边界条件分别有

$$\begin{aligned} u(\varepsilon \cos(\lambda z), z) &= u(0, z) + \varepsilon \cos(\lambda z) u_y(0, z) + \\ &\frac{(\varepsilon \cos(\lambda z))^2}{2} u_{yy}(0, z) + \dots = 0 \\ t(\varepsilon \cos(\lambda z), z) &= t(0, z) + \varepsilon \cos(\lambda z) t_y(0, z) + \\ &\frac{(\varepsilon \cos(\lambda z))^2}{2} t_{yy}(0, z) + \dots = 0 \end{aligned}$$

分别得 $y=0$ 处的零级与一级近似的边界条件

$$\begin{aligned} u_0(0, z) &= 0, \quad t_0(0, z) = 1 \\ u_1(0, z) + \cos(\lambda z) u_{0,y}(0, z) &= 0 \\ t_1(0, z) + \cos(\lambda z) t_{0,y}(0, z) &= 0 \end{aligned}$$

在液膜的自由表面,有

$$\begin{aligned} u_y(1 + f, z) &= u_y(1, z) + f u_{yy}(1, z) + \\ &\frac{f^2}{2} u_{yyy}(1, z) + \dots = 0 \\ u_z(1 + f, z) &= u_z(1, z) + f u_{zy}(1, z) + \\ &\frac{f^2}{2} u_{zyy}(1, z) + \dots = 0 \\ t(1 + f, z) &= t(1, z) + f t_y(1, z) + \\ &\frac{f^2}{2} t_{yy}(1, z) + \dots = 0 \end{aligned}$$

得

$$u_{0,y}(1, z) = 0, \quad u_{0,z}(1, z) = 0, \quad t_0(1, z) = 0$$

$$\begin{aligned} u_{1,y}(1, z) + \frac{f}{\varepsilon} u_{0,yy}(1, z) &= 0 \\ u_{1,z}(1, z) + \frac{f}{\varepsilon} u_{0,zy}(1, z) &= 0 \\ t_1(1, z) + \frac{f}{\varepsilon} t_{0,y}(1, z) &= 0 \end{aligned}$$

1.4 简化模型

零级方程及其边界条件为

$$\begin{cases} u_{0,yy} + G = 0, & t_{0,yy} = 0 \\ u_0(0, z) = 0, & u_{0,y}(1, z) = 0 \\ t_0(0, z) = 1, & t_0(1, z) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

一级方程及其边界条件为

$$\begin{aligned} u_{1,yy} + u_{1,zz} &= 0, \quad t_{1,yy} + t_{1,zz} = 0 \\ u_1(0, z) + \cos(\lambda z) u_{0,y}(0, z) &= 0 \\ \begin{cases} u_{1,y}(1, z) + \frac{f}{\varepsilon} u_{0,yy}(1, z) = 0 \\ u_{1,z}(1, z) + \frac{f}{\varepsilon} u_{0,zy}(1, z) = 0 \end{cases} & \\ t_1(0, z) + \cos(\lambda z) t_{0,y}(0, z) &= 0 \\ t_1(1, z) + \frac{f}{\varepsilon} t_{0,y}(1, z) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

2 方程的求解

2.1 零级方程

方程组(4)是摄动量为0时的情况,反映壁面没有波纹扰动时的流动与蒸发传热,分别得

$$u_0 = Gy - \frac{1}{2} Gy^2$$

$$t_0 = 1 - y$$

2.2 一级方程

2.2.1 动量方程

一级近似方程反映壁面波纹对流动的基本影响,此时得到的扰动速度为 y, z 坐标的函数,考虑到流动在 z 方向的周期性,令

$$u_1 = F(y) e^{i\lambda z}$$

将上式及零级近似结果代入式(5)的动量方程及其边界条件得

$$\begin{aligned} F'' - \lambda^2 F &= 0 \\ F(0) &= -G, \quad F(1) = 0 \end{aligned}$$

解出 F 后,代入 u_1 的定义得

$$u_1 = G \frac{\text{sh}(\lambda(y-1))}{\text{sh}(\lambda)} e^{i\lambda z}$$

则总的流速为

$$u \approx u_0 + \varepsilon u_1 = Gy - \frac{1}{2}Gy^2 + \varepsilon G \frac{\text{sh}(\lambda(y-1))}{\text{sh}(\lambda)} e^{i\lambda z} \quad (6)$$

由一级运动方程在 $y=1$ 处的边界条件可得自由表面在 y 方向的位置

$$h \approx 1 + \varepsilon f_1 = 1 + \frac{\varepsilon \lambda}{\text{sh}(\lambda)} e^{i\lambda z} \quad (7)$$

为考察液膜流量沿 z 向的变化, 定义

$$V_f = \frac{1}{G} \int_{\varepsilon \cos(\lambda z)}^h u dy = \frac{1}{2} (h^2 - (\varepsilon \cos(\lambda z))^2) - \frac{1}{6} (h^3 - (\varepsilon \cos(\lambda z))^3) + \frac{\varepsilon [\text{ch}(\lambda(h-1)) - \text{ch}(\lambda(\varepsilon \cos(\lambda z) - 1))]}{\lambda \text{sh}(\lambda)} e^{i\lambda z} \quad (8)$$

2.2.2 能量方程

在等壁温和均匀流动条件下, 温度在 z 方向也呈周期性变化, 故令

$$t_1 = M(y) e^{i\lambda z}$$

将上式及流动结果代入式 (5) 的能量方程及其边界条件得

$$M'' - \lambda^2 M = 0$$

$$M(0) = 1, M(1) = \lambda / \text{sh}(\lambda)$$

解出 M 代入 t_1 , 得

$$t_1 = \left[\text{ch}(\lambda y) + \frac{\lambda - \text{ch}(\lambda) \text{sh}^2(\lambda)}{\text{sh}^2(\lambda)} \text{sh}(\lambda y) \right] e^{i\lambda z}$$

总的温度为

$$t \approx t_0 + \varepsilon t_1 = 1 - y + \varepsilon \left[\text{ch}(\lambda y) + \frac{\lambda - \text{ch}(\lambda) \text{sh}^2(\lambda)}{\text{sh}^2(\lambda)} \text{sh}(\lambda y) \right] e^{i\lambda z} \quad (9)$$

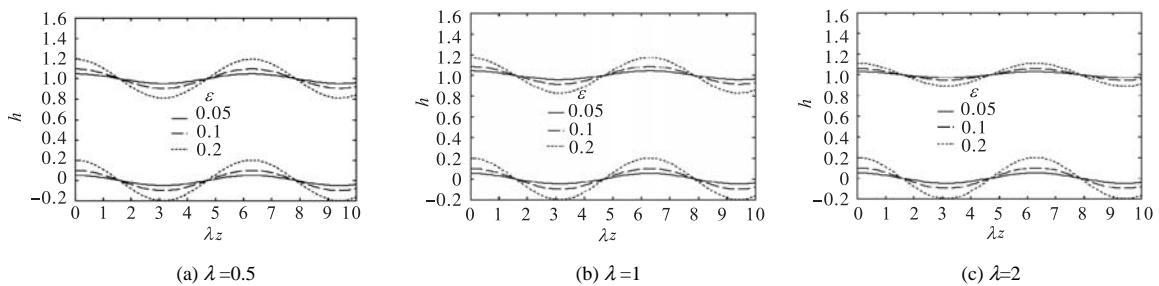


图 2 液膜自由表面的形状
Fig. 2 Shape of the free surface of film

取液膜自由表面的高度为纵坐标, λz 为横坐标, 考察 ε 和 λ 对液膜自由表面在 z 坐标方向的影响. 在本文考虑的液膜运动中, 自由表面沿 z 向出现的波动完全是固体壁面的波纹的扰动所引起, 因流动方向平行于波峰及波谷, 即垂直指向纸面, 因而自由表面的波动与壁面上的波纹周期和相位都相同, 只是上下波动的幅度随 ε 和 λ 而变. 由图可知, 随着壁面波纹波

暂时用带星号的量表示无量纲量, 不带星号的量表示有量纲量, 则有量纲对流传热系数为

$$\alpha = - \frac{k \partial t / \partial n|_w}{t_w - t_s}$$

式中: $\partial t / \partial n|_w$ 为流体温度在波纹壁面上的梯度; k 为流体导热系数. 无量纲对流传热系数即为努塞尔特数, 以液膜平均厚度为特征长度, 有

$$Nu = \alpha h_m / k = \sqrt{(\partial t^* / \partial y^*)^2 + (\partial t^* / \partial z^*)^2} |_w$$

则在 z 坐标上一个周期内的平均值为

$$Nu_m = 1 / L^* \int_0^{L^*} Nu dz^* \quad (10)$$

3 结果与讨论

ε 和 λ 分别代表固体壁面的无量纲波幅和波数, 它们对液膜的运动起着至关重要的作用. G 为表示流动偏离自由降膜基本层流的无量纲量. 从式 (6) 可知, 当 $\varepsilon=0$, 即壁面为平直表面时, 液膜的流速为抛物线型分布. 当壁面在垂直于流动方向出现波纹时, 液膜的流动随壁面波纹的扰动而发生改变, 扰动速度在 y 方向以正弦双曲函数的形式变化, 在 z 方向与壁面波纹呈同步的周期性波动. 由式 (7) 可知, 液膜自由表面在其平均位置处上下波动, 与壁面波纹的周期和相位也相同. 在本文各性能曲线中, 各量均为无量纲量.

将式 (7) 的结果绘于图 2, 图中下方图线为相应壁面的形状.

幅的增大, 自由液面的波幅也随之增大, 增大的幅度随 λ 的不同而有所变化, 随 λ 增大, 自由表面的波幅减小, 这是因为随 λ 增大, 液膜在 z 方向的相互牵制增大, 因而波动幅度变小.

式 (8) 的结果绘于图 3, 反映了 V_f 沿横向的变化. 液膜的速度沿厚度方向积分再沿 z 向积分, 是液膜在 z 向的体积流量, 因此, V_f 反映的是液膜的流量

在 z 向的分布. 从图上可以看出, 同液膜自由表面分布类似, 液膜流量沿横向的分布也与壁面波纹相对应, 其波动周期与壁面波动也完全同步, 流量波动随 ε 增大而增大, 随 λ 增大而变小, 但与自由表面不同的

是, 流量分布的波动不再是正弦或余弦型形式, 随 ε 和 λ 增大, 在波谷处流量的分布较平缓, 在波峰处流量的分布较陡峭.

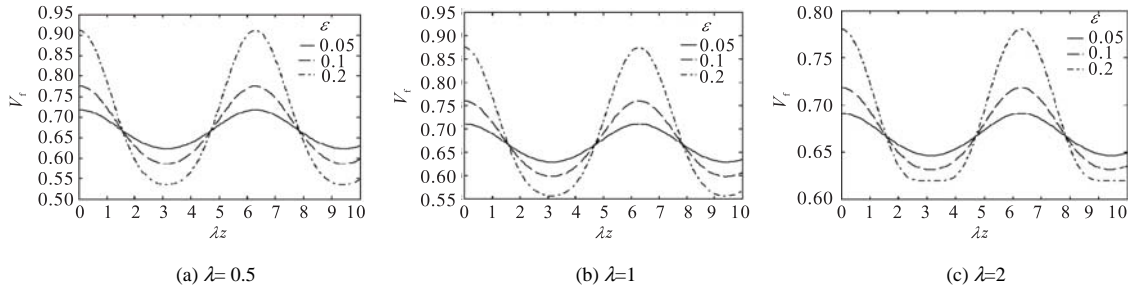


图 3 V_z 沿横向的分布

Fig. 3 Variation of V_z along transverse direction

液膜在壁面上分布的不均匀对液膜的传热特性产生明显的影响, 图 4 和图 5 按式 (9) 分别绘出了壁面波纹的波数及波幅对液膜内不同位置处温度的影响. 由此两图可以看出, 液膜内部的温度沿 z 方向呈现与壁面波纹相同周期的波动, 随 λ 增大膜内温度的波动趋缓, 随 ε 增大温度波动趋于剧烈.

ε 增大而增大, 当 λ 继续增大到一定值后, 传热性能随 ε 和 λ 的增大而增大, 这一转折随 ε 增大而提前.

综上所述, 横向波纹表面对液膜流动状态的影响比较直观明了, 对传热性能的影响则需具体分析, 欲使传热得到强化, 须对 ε 和 λ 的作一匹配. 类似的研究也表明^[5], 对一定的 ε 和 λ , 壁面波纹起不到强化传热的作用.

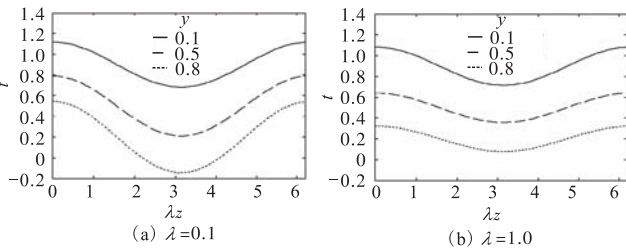


图 4 $\varepsilon = 0.2$ 时 λ 对温度分布的影响

Fig. 4 Effect of λ on temperature at $\varepsilon = 0.2$

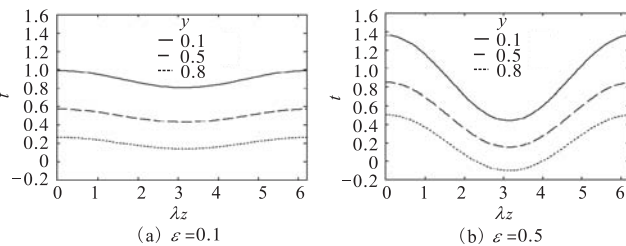


图 5 $\lambda = 1$ 时 ε 对温度分布的影响

Fig. 5 Effect of ε on temperature at $\lambda = 1$

由式 (10) 所得的结果绘于图 6, 给出了 ε 和 λ 对传热特性的影响. 由图 6 可以看出, 在 ε 很小时, 沿 z 向的平均努谢尔特数没有增大, 即传热没有得到多少强化. 随着 ε 增大, 努谢尔特数随 λ 的不同而表现出不同的特性. 在 λ 较小时, 壁面波纹的波数小, 波长较大, 此时, 传热性能略有强化; 当 λ 增大到一个范围内后, 传热性能反而有所减弱, 减弱的程度随

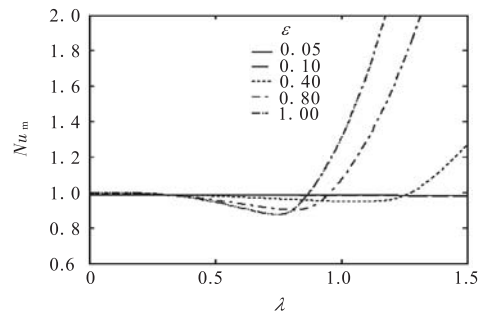


图 6 传热特性的变化

Fig. 6 Characteristics of heat transfer

4 结 语

用摄动展开对横向波纹竖直壁上定型层流液膜的流动与蒸发传热进行了研究, 得到了这种情况下液膜的速度和温度分布以及自由表面的变化规律. 结果表明, 液膜运动的扰动随壁面波纹波幅的增大而增长, 随波数增大而减小, 由此引起速度、温度和自由表面的变化, 导致流量分布的不均匀. 对传热性能的影响随 ε 和 λ 的配合的不同而不同, 当 λ 较大时, 传热性能随 ε 增大而增大, 当 λ 较小时, 随 ε 增大而减小.

(下转第 72 页)