



一种基于神经网络的运输问题优化方法

李孝忠^{1,2}, 李 秋¹

(1. 天津科技大学计算机科学与信息工程学院, 天津 300222; 2. 天津大学系统工程研究所, 天津 300072)

摘要: 将 Hopfield 神经网络与亚当姆斯公式相结合, 在此基础上提出了一种解决运输问题的优化算法. 该算法结合 Hopfield 神经网络优化功能, 并根据运输问题的实际情况, 将优化运输问题转换成求解网络系统的平衡点. 通过实例验证了该方法的有效性、可行性, 并且提高了网络的收敛速度.

关键词: Hopfield 神经网络; 运输问题; 平衡点; 亚当姆斯公式

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-6510 (2008) 03-0077-03

An Optimizing Method for Transportation Problem Based on Neural Network

LI Xiao-zhong^{1,2}, LI Qiu¹

(1. College of Computer Science & Information Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China; 2. Institute of System Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Based on the combining of Hopfield neural network and the Adams formula, one kind of solution transportation problem optimized algorithm was proposed. Combined the optimization function of the Hopfield neural network under actual situations, the optimization of transportation issues was then transformed into seeking the break-even point of the network system. Computer simulations prove the effectiveness and practicability of the Hopfield neural network, and it can enhance the network convergence rate.

Keywords: Hopfield neural network; transportation problem; break-even point; Adams formula

在国民经济的各个领域中都存在运输问题, 大至国家如何安排全国物资的调运工作, 小至一个工厂如何把生产的产品运到各个销售点, 都离不开运输的调度安排. 当遇到运输问题时, 要用合理的调度使运输费用降到最小, 那么如何利用现有的交通条件, 以最低的运费安排计划, 就是一个线性规划问题. 常用的方法有单纯形法和表上作业法, 文献[1]对表上作业法进行了改进, 提出了最小损失闭回路调整法, 并给出了求解的具体步骤; 文献[2]在传统的“闭回路法”和“位势法”基础上, 提出利用“流水原理”来寻求运输问题最优解.

运输问题的线性规划通常都包含大量的变量和约束条件, 直接运用单纯形法和表上作业法求解相当

复杂繁琐. 目前, Hopfield神经网络已成为解决优化问题的流行工具^[3]. 文献[4]利用Hopfield神经网络模型成功地解决了物资调配优化问题; 文献[5]利用Hopfield神经网络模型成功地解决了有转运的运输规划问题; 文献[6]运用Hopfield神经网络较好地解决了产销平衡的运输问题. 但这些模型建立比较复杂, 不易编程. 因此, 本文运用Hopfield神经网络和亚当姆斯公式的结合, 给出一种简单且易于编程的数值方法. 该方法采用连续的Hopfield神经网络模型, 通过求解能量函数的极小点, 即系统稳定平衡点, 其对应于运输问题的最优调度方案, 因此, 运输的优化问题就转换成求解系统的稳定平衡点, 经适当简化后, 通过软件模拟的办法便可求解.

收稿日期: 2008-01-14; 修回日期: 2008-05-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70571056)

作者简介: 李孝忠 (1962—), 男, 山东临清人, 教授, 主要从事 Petri 网、模式识别与计算智能的研究.

1 运输问题的数学模型

基本的运输问题为：已知有 m 个生产地点 A_i ($i=1, 2, \dots, m$) 可供应某种物资，其供应量（产量）分别为 a_i ($i=1, 2, \dots, m$)；有 n 个销售地点 B_j ($j=1, 2, \dots, n$)，其需求量分别为 b_j ($j=1, 2, \dots, n$)；从 A_i 到 B_j 运输单位物资的运价为 c_{ij} 。设 x_{ij} 表示从 A_i 到 B_j 的运载量，那么在产销平衡的条件下，要求使得总运费 z 最小的调运方案。

根据上面的描述，可以明显地看出一般运输问题的数学模型为

$$\min z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j & j=1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i & i=1, 2, \dots, m \\ x_{ij} \geq 0 & i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n \end{cases}$$

2 Hopfield 神经网络算法

当运输问题涉及的变量很多，会出现高维数，而使问题变得异常复杂，此时，因计算量过于巨大，表上作业法就会显得无能为力。

利用神经网络算法求解运输问题的主要思想是，由运输问题构造出一个 Hopfield 神经网络模型，然后通过模拟该 Hopfield 神经网络来解决问题，即模拟网络各神经元的状态方程。

2.1 运输问题的能量函数

显然式 (1) 是一个优化问题，可以构造出它的能量函数^[7]：

$$E = \frac{A}{2} \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^n a_i v_{ij} - a_i)^2 + \frac{B}{2} \sum_{j=1}^n (\sum_{i=1}^m v_{ij} a_i - b_j)^2 + D \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} v_{ij} a_i \quad (2)$$

其中 A, B, D 为正的加权系数，并且有

$$v_{ij} = \frac{x_{ij}}{a_i}$$

对于运输问题，构造出式 (2) 所示的能量函数，令

$$E_1 = \frac{A}{2} \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^n a_i v_{ij} - a_i)^2$$

$$E_2 = \frac{B}{2} \sum_{j=1}^n (\sum_{i=1}^m v_{ij} a_i - b_j)^2$$

$$E_3 = D \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} v_{ij} a_i$$

当每一个地点 A_i 提供的产品都被完全接受时， E_1 达到 $E_{1min} = 0$ ；当每一地点 B_j 得到足够的产品时， E_2 达到 $E_{2min} = 0$ ；当总的运费最少时， E_3 达到 E_{3min} ，也就是网络的平衡点，既目标函数的最小值。

2.2 构造 Hopfield 神经网络

式 (2) 定义的能量函数确定了一个 Hopfield 网络模型，由能量函数定义可得到

$$\frac{dE}{dt} = D \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_i c_{ij} \frac{dv_{ij}}{dt} + A \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\sum_{j=1}^n a_i v_{ij} - a_i) a_i \frac{dv_{ij}}{dt} + B a_i \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\sum_{i=1}^m v_{ij} a_i - b_j) \frac{dv_{ij}}{dt} \quad (3)$$

令网络的状态方程为

$$\frac{du_{ij}}{dt} = -A a_i^2 (\sum_{i=1}^n v_{il} - 1) - B a_i (\sum_{l=1}^m v_{lj} a_l - b_j) - D a_i c_{ij} \quad (4)$$

其中 $U_{m \times n}, V_{m \times n}$ 表示神经元的输入与输出。

取神经元的输入输出特性，即 sigmoid 函数为

$$v_{ij} = F(u_{ij}) = \frac{e^{0.001u_{ij}}}{e^{-0.001u_{ij}} + e^{0.001u_{ij}}} \quad (5)$$

式 (5) 为一单调增函数，即 $F' \geq 0$ 。

由式 (3) 一式 (5) 可以得到

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n F' (\frac{du_{ij}}{dt})^2 \leq 0$$

由此可知，随着时间的增加，由式 (2) 确定的 Hopfield 网络的解轨道在状态空间中总是朝着能量减少的方向运动，网络最终达到平衡稳定点，即 E 的极小点。也就是说，上述运动问题收敛于最优解。

构造出运输问题的 Hopfield 网络模型之后，解决运输问题归结为解此 Hopfield 模型，即求解网络的状态方程 (4) 的平衡点。

3 亚当姆斯预测-校正系统

网络的状态方程是一个常微分方程，亚当姆斯公式^[8]是一种常见的常微分方程的数值解法，它是基于数值积分的构造方法，在求解当前近似值时充分利用前面多步的信息来预测，可以获得较高的精度。这就是线性多步法的构造思想。

亚当姆斯预测-校正系统：对于方程 $y' = f(x, y)$ ，

可以预测:

$$y_{n+1}^- = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$$

$$f_{n+1}^- = f(x_{n+1}, y_{n+1}^-) \quad (6)$$

校正:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9f_{n+1}^- + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2})$$

$$f_{n+1} = f(x_{n+1}, y_{n+1}) \quad (7)$$

其中 $f_k = f(x_k, y_k)$.

这种预测-校正方法是四步法,它在计算 y_{n+1} 时,不但要用到前一步的信息,还要用到前面三步的信息,这样使结果的精度更高,迭代步数更少.

本程序用 Matlab 语言编写,包含三个子程序,分别用来建立式(4)的右端函数和建立及调用亚当姆斯公式.由于篇幅的原因,这里不再赘述.

4 实例

产销平衡及运费情况如表 1 所示.

表 1 产销平衡及运费

Tab.1 Production and marketing balance and freight list

| 产地 | 运费/万元·吨 ⁻¹ | | | | | 产量/吨 |
|------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|------|
| | 销售地 1 | 销售地 2 | 销售地 3 | 销售地 4 | 销售地 5 | |
| 1 | 5 | 1 | 7 | 3 | 3 | 5 |
| 2 | 2 | 3 | 6 | 9 | 5 | 3 |
| 3 | 6 | 4 | 8 | 1 | 4 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 4 | 6 |
| 销量/吨 | 2 | 7 | 3 | 2 | 4 | |

表上作业法得运量矩阵和总运费为

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{和 38 万元;}$$

文献[10]Hopfield 神经网络法得运量矩阵和总运费为

$$\begin{pmatrix} 0 & 3.705 & 0 & 0 & 1.295 \\ 2 & 0.642 & 0 & 0 & 0.358 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2.653 & 3 & 0 & 0.347 \end{pmatrix} \text{和 38 万元;}$$

本文 Hopfield 神经网络法得运量矩阵和总运费为

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & 3.6618 & 0.0000 & 0.0000 & 1.3369 \\ 2.0014 & 0.7156 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2566 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 2.0014 & 1.9847 \\ 0.0000 & 2.6115 & 2.9889 & 0.0000 & 0.3857 \end{pmatrix} \text{和 37.7889 万元.}$$

从上述神经网络和表上作业法的结果可以看出,本文提出的方法在一定程度上优于表上作业法和一些神经网络算法.相比于文献[9]提出的龙格库塔方法,由于本文方法是多步法,在同样精度下迭代次数明显少于龙格库塔迭代次数,具有较好的收敛速度.对于产销平衡的运输问题,神经网络算法的初值可以是任意值,而表上作业法的初始值必须是一个可行解,因此,在用表上作业法计算时必须先求一个初始可行解,这就增加了计算量.

5 结语

本文将 Hopfield 神经网络与亚当姆斯公式相结合,在此基础上提出了一种解决运输问题的数值方法,该算法简单,编程容易,并可在并行计算机系统上实现.通过 Hopfield 神经网络优化后的调运方案,总运输成本更低,经济效益明显,实例说明了此优化运输问题方法的有效性和实用性.此外,该方法也可解决产销不平衡的运输问题.但此方法遇到变量较大时收敛速度较慢,迭代次数过多;对于整数运输问题无法解决,这些都有待改进.

参考文献:

- [1] 李时椿. 运输问题表上作业法的改进研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2000, 32(3): 324—329.
- [2] 陈绍顺, 郭乃林, 姜思山. 受时间约束的运输问题的表上作业法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2002, 3(4): 91—94.
- [3] Basu M. Fuel constrained economic emission load dispatch using Hopfield neural networks [J]. Electric Power Systems Research, 2002, 63(1): 51—57.
- [4] 陈建民, 张仲义. 神经网络求解物资运输问题[J]. 测试技术学报, 1999, 13(2): 106—110.
- [5] 杜福银, 徐扬, 卢明立, 等. 有转运运输问题的 Hopfield 神经网络优化方法[J]. 铁道学报, 2006, 28(2): 17—20.
- [6] 杜福银, 徐扬, 卢明立, 等. 一种基于 Hopfield 神经网络运输问题的优化方法[J]. 铁道运输与经济, 2006, 28(1): 70—73.
- [7] 程国忠. 运输问题的神经网络解法[J]. 计算机应用研究, 2001, 11: 16—18.
- [8] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2004: 126—130.
- [9] 毛云英, 亢京力, 杨正方. 运输问题的人工神经网络方法[J]. 天津商学院学报, 2001, 21(6): 15—16.