



双螺杆磨浆机挤压建模与分析

沈晓阳, 王 平, 董建涛
(天津科技大学机械工程学院, 天津 300222)

摘要: 轴向推力和功耗是影响双螺杆磨浆机可靠性的重要因素, 目前尚无理论计算方法. 在假定物料在双螺杆磨浆机中的 ∞ 字形螺旋线流动为主流, 忽略漏流和啮合区的作用的基础上, 将塑料工业单螺杆挤出机塞流固体输送的 Darnell-Mol 理论推广到双螺杆磨浆机中, 建立了双螺杆磨浆机流动模型和挤压模型, 推导了双螺杆磨浆机流率、轴向推力和扭矩的方程. 经过初步计算和分析, 计算结果的取值范围基本符合实际, 变化趋势符合基本规律, 对双螺杆磨浆机的优化设计具有一定的指导意义.

关键词: 双螺杆磨浆机; 挤压模型; 流率; 轴向推力; 功耗

中图分类号: TS 733⁺.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-6510 (2008) 03-0052-05

Extrusion Modeling and Analysis of Twin Screw Pulping Extruder

SHEN Xiao-yang, WANG Ping, DONG Jian-tao

(College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

Abstract: The axial force and power consumption are important factors of affecting reliability of twin screw pulping extruder, at present there are no theory calculation methods about them. Darnell-Mol's theory of solid conveying of plug flow of a single screw extruder in plastics industry was expanded to the twin screw pulping extruder under the assumptions of that " ∞ " shape helix flow of materials in the barrel is main flow, there is no material's leakage and engaging area action. Flow model and extrusion model of twin screw pulping extruder were established. Expressions calculating flow rate, axial force and power consumption were also deduced. Elementary calculation and analysis show that the span of calculation results is approximately up to the fact, and change tend of primary parameters is accord with basic regulation. The work of the paper is helpful to optimizing design of twin screw pulping extruder.

Keywords: twin screw pulping extruder; extrusion model; flow rate; axial force; power consumption

双螺杆磨浆机是一种新型磨浆设备, 具有磨浆质量好、能耗低、用水量少、设备结构简单等优良特性, 在化学机械浆和半化学浆等高得率浆的生产、废纸处理、浆料漂白和洗涤等方面具有广阔的应用前景, 深受制浆造纸企业的欢迎. 但目前双螺杆磨浆机设计理论还存在着一些问题, 比如螺杆上承受的扭矩、轴向推力无法计算, 轴承选择比较盲目, 电机选择只能通过实验比较; 加上螺杆的磨损问题等, 设备长时间连续工作的可靠性较低^[1], 影响了该设备效率和优势的发挥.

1956 年, Darnell W H 和 Mol E A 对塑料工业单螺杆挤出机塞流固体输送的流率和压力分布进行了研究, 提出著名的 Darnell-Mol 理论^[2,3], 为螺杆挤出理论奠定了基础, 以后有很多学者对该理论进行了修正. 根据实验和磨浆生产观察, 由于反向螺旋的挤压作用使双螺杆磨浆机在正反向交界的挤压区和反向螺旋区形成料塞, 此时物料中的水分被挤出, 料塞的密度和硬度很大 (停机时, 需要用榔头等工具才能将料塞取出). 料塞对于磨浆质量和生产效率有很大的影响, 对双螺杆磨浆机的受力状况和功耗起着决定

收稿日期: 2008-03-24; 修回日期: 2008-05-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50675155); 天津科技大学重点基金资助项目(20040104)

作者简介: 沈晓阳(1957—), 女, 浙江人, 副教授.

性的作用. 研究表明, 在双螺杆磨浆机的生产过程中, 料塞的出现是不可避免的. 因此, 可以将 Darnell-Mol 塞流固体输送理论推广到双螺杆磨浆机的流率和压力分布的计算中. 本文将在双螺杆磨浆机塞流固体的分析及挤压模型建立方面进行尝试, 其目的是计算物料的流率、求解挤压过程中螺杆上所受的轴向推力和扭矩.

1 基本假设

在螺杆设计时, 螺槽宽度通常应当大于螺棱宽度, 在纵向留有一定的通道, 形成纵向开放^[4,5]. 物料在机筒中的螺旋线流动如图 1 所示, 由于螺槽纵向开放, 物料可以由一根螺杆通过啮合区的 A 点或者 B 点“流”到另一根螺杆, 然后被另一根螺杆托起, 并沿着螺槽向前强制输送, 形成沿着双螺杆螺槽和机筒的∞字形螺旋线运动轨迹. 同向双螺杆物料的∞字形螺旋线流动目前已被绝大多数学者认可. 同时, 同向双螺杆物料也有一些漏流, 如螺棱间隙、压延间隙、侧间隙和四面体间隙引起的漏流. 但通常设计要求同向双螺杆的间隙都很小, 漏流也很小, 加上制浆材料的软固体属性, 所以, 可以认为物料的∞字形的螺旋线流动是双螺杆磨浆机的主流. 为了便于分析和模型的建立, 提出以下假设:

- (1) 物料在挤压区中已被压成密实的无内形变的料塞, 可忽略其密度的变化;
- (2) 料塞与螺槽底面、两个侧面和机筒内表面同时紧密地接触;
- (3) 料塞上的压力 p 是沿螺槽流道距离 l 的函数;
- (4) 料塞与螺杆或者机筒表面摩擦系数为常数, 作用在料塞上的摩擦力符合库仑定理;

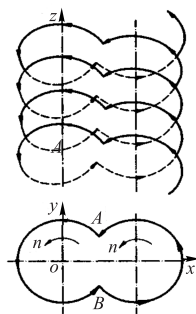


图 1 物料在机筒中呈∞字形螺旋线流动
Fig. 1 The “∞” shape helix flow of materials in the Barrel

- (5) 螺槽深度不变, 螺槽内的圆角半径不计, 螺杆和机筒之间的间隙亦忽略不计;
- (6) 螺槽中物料的重力比其他力小得多, 可忽略不计;
- (7) 在双螺杆磨浆机中, 物料的∞字形的螺旋线流动是主流, 漏流相对于主流很小, 可忽略不计;
- (8) 忽略啮合区料塞动量变化引起的动反力.

2 双螺杆磨浆机物料流率的计算

参照 Darnell-Mol 理论对单螺杆塑料塞流固体输送的处理方法, 在螺杆的固体塞上取一微元, 对微元进行运动分析和受力分析, 建立力和力矩平衡方程式, 可求出固体塞牵引角 β . 固体塞上表面任意点 B_c 的速度分析如图 2 所示. 螺杆转动时固体塞沿螺槽方向运动, ψ_b 为按螺杆外径计算的螺纹升角, 即微元的绝对速度与牵连速度的夹角, 固体塞相对螺杆的相对速度为 V_r , 螺杆自转时外圆切线的速度为 V_e , 忽略螺杆外径与机筒的间隙, $V_e = \pi D_b n$, 固体塞与机筒接触表面上任意点的绝对速度 V_a . 根据物料流动的特性, 由速度合成定理可知: $V_a = V_e + V_r$.

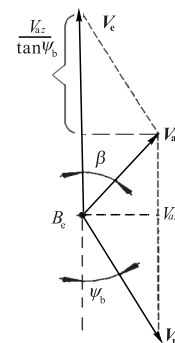


图 2 固体塞上表面任意点 B_c 的速度分析
Fig. 2 Velocity analysis of arbitrary dot B_c on material plug upper surface

对同向啮合型双螺杆磨浆机, 由于螺棱啮合时啮合区间隙很小, 不计啮合区物料, 物料在两根螺杆间沿∞字形向前移动, 所以可用图 3 所示固体塞流动分析中的绝对速度 V_a 的轴向分量 V_{az} 和垂直于轴线的截面面积 A 的乘积来计算固体流率 Q . 在图 3 中, D_b 为螺杆外径; D_s 为螺纹内径; D 为螺杆的平均直径; e_1 为实际螺棱法向顶宽; H 为螺槽深度; n 为螺杆转速; P 为螺纹螺距; ψ 为平均螺纹升角 (螺旋角); θ 为螺棱法向截面的梯形斜角.

$$Q = V_{az} A \tag{1}$$

由图 2 可得

$$V_{az} = V_e \frac{\tan \beta \tan \psi_b}{\tan \beta + \tan \psi_b} = \pi D_b n \frac{\tan \beta \tan \psi_b}{\tan \beta + \tan \psi_b} \quad (2)$$

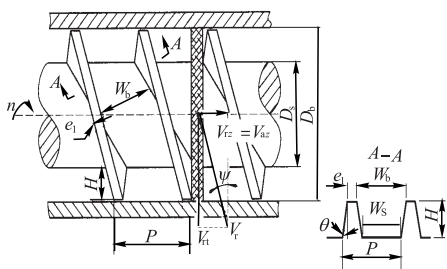


图 3 固体塞流动分析

Fig. 3 Flow analysis of material plug in barrel

垂直于轴线的截面面积 A 可通过机筒的横截面面积, 减去螺杆和螺棱的横截面面积求得. 如图 4 所示, 机筒的横截面是由两个全等扇形和两个全等三角形四部分组成的. 设 $\angle AOB = 2\varphi$, 故 $\cos\varphi = C_L/D_b$. 机筒横截面面积为

$$A_1 = \frac{1}{2} D_b^2 \left[\pi - \arccos \frac{C_L}{D_b} + \frac{C_L \sqrt{D_b^2 - C_L^2}}{D_b^2} \right] \quad (3)$$

螺杆的横截面面积可表示为螺纹内圆柱和螺棱的横截面面积之和:

$$A_2 = \frac{1}{4} \pi D_s^2 + \frac{H(e_1 + H \tan \theta)}{\sin \psi} \quad (4)$$

螺杆和机筒间的横截面面积可表示为

$$A = A_1 - 2A_2 \quad (5)$$

将式 (2) — (5) 代入式 (1), 可以得到固体流率 Q (m^3/min) 为

$$Q = \pi k_Q D_b n \frac{\tan \beta \tan \psi_b}{\tan \beta + \tan \psi_b} \left[\frac{1}{2} \pi (D_b^2 - D_s^2) - \frac{D_b^2}{2} \arccos \frac{C_L}{D_b} + \frac{C_L \sqrt{D_b^2 - C_L^2}}{2} - \frac{2H(e_1 + H \tan \theta)}{\sin \psi} \right] \quad (6)$$

式中: k_Q 为流率修正系数, 可根据实验确定.

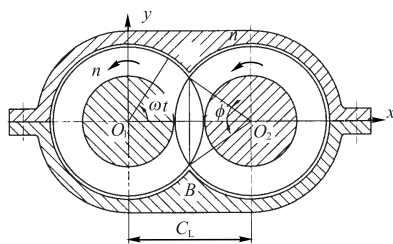


图 4 物料流动横截面图

Fig. 4 Material plug flow in cross-section

由于 $V_{az} = V_a \sin \beta = V_s \sin \psi_b$, 如果固体塞与螺杆之间的摩擦力很大, 则固体塞与螺杆无相对运动, $V_{az} = 0$, 固体流率 $Q = 0$; 如果固体塞与螺杆之间的摩擦力很小, $V_{az \max} = V_a$, $Q = Q_{\max}$, 由图 2 的速度合成矢量分析可得, 产生大流率的牵引角范围是 $(90^\circ - \psi_b) \leq \beta \leq 90^\circ$, 工程实际中的牵引角在 $0 < \beta < 90^\circ$ 的范围内变化. 因此, 为达到最大流率, 应尽可能减小物料与螺杆表面的摩擦系数, 可以采用抛光或喷镀螺杆表面等方法. 螺杆的几何尺寸是影响流率的另一个主要因素, 在强度满足的条件下, 可以通过加大螺槽深度, 选取最优螺纹升角等方法达到最大流率.

3 双螺杆磨浆机功率和轴向推力的计算

功率和轴向推力的精确计算比较复杂, 它与多种因素有关, 其中最主要的是螺杆参数、物料性质及其运动状态. 当杨木片、棉秆等制浆物料充满螺槽时, 可近似把物料看作弹性固体塞, 进行理论分析计算.

3.1 固体塞在螺槽中的受力分析

当固体塞在单个螺槽中运动时, 每一微元所受的力可以分解为 8 个分力来考虑, 如图 5 所示. 其中 F_1, F_3, F_4 和 F_5 为摩擦力, F_2, F_6, F_7 和 F_8 为正压力, 摩擦力的方向与运动方向相反.

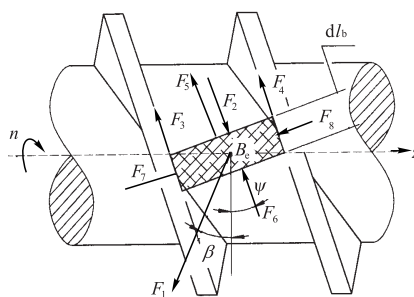


图 5 固体塞微元的挤压受力分析

Fig. 5 Extrusion and force analysis of a slice of material plug

F_1 是运动着的微元和机筒内表面的摩擦力, 其方向与绝对速度 V_a 相反, 其大小为

$$F_1 = f_b p W_b d_b$$

螺纹面上的法向推力为

$$F_d = F_7 - F_8$$

沿螺槽压力差造成的推力为

$$F_6 - F_2 = H W d p$$

F_3, F_4, F_5 是作用于两螺纹侧面和螺纹底面上的摩擦力. 由于固体塞在轴线方向的加速度为零, 因此

$\sum F_{iz} = 0$, 即

$$-F_{1z} - (F_6 - F_2)_z + (F_7 - F_8)_z - F_{3z} - F_{4z} - F_{5z} = 0 \quad (7)$$

同理, $\sum M_{iz} = \sum F_{it} R_i = 0$, 即

$$F_{1t} \frac{D_b}{2} - (F_6 - F_2)_t \frac{D}{2} - (F_7 - F_8)_t \frac{D}{2} - (F_{3t} + F_{4t}) \frac{D}{2} - F_{5t} \frac{D_s}{2} = 0 \quad (8)$$

令由式(7)和式(8)推出的法向推力 F_d 相等, 可以导出塞流固体输送理论的基本方程:

$$\cos \beta = K \sin \beta + M \quad (9)$$

式中

$$K = \frac{D(\sin \psi + f_s \cos \psi)}{D_b(\cos \psi - f_s \sin \psi)} \quad (10)$$

$$M = 2 \frac{Hf_s}{W_b f_b} (K + \frac{D}{D_b} \cot \psi) \sin \psi_b + \frac{W_s f_s}{W_b f_b} (K + \frac{D_s}{D_b} \cot \psi_s) \sin \psi_b + \frac{HW}{f_b W_b L_b} (K + \frac{D}{D_b} \cot \psi) \sin \psi \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (11)$$

$$dp = \frac{B_1 - A_1 K}{B_2 + A_2 K} p dl_b = k_p p dl_b \quad (12)$$

式(12)积分可得

$$p_2 = p_1 e^{k_p L_b} \quad (13)$$

$$\begin{cases} A_1 = f_b W_b \sin \beta + f_s \sin \psi_b (2H + W_s) \\ A_2 = HW \sin \psi \\ B_1 = f_b W_b \sin \beta - \frac{f_s \sin \psi_b}{D_b} (2DH \cot \psi + W_s D_s \cot \psi_s) \\ B_2 = \frac{HWD \cos \psi}{D_b} \end{cases}$$

式中: L_b 为沿螺槽流道的固体输送段长度; p 为机筒对料塞的平均压力; k_p 为与螺杆几何参数和物料摩擦系数的有关压力系数; p_1 为固体输送段起始处的压力; p_2 为固体输送段结束处的压力; dp 为微元前后的压力差; W_b 为螺杆外圆处的螺槽宽度; W_s 为螺杆根圆处的螺槽宽度; W 为平均螺槽宽度, $W = (W_b + W_s) / 2$; dl 为微元宽度的平均值; dl_b 为螺杆外圆处的微元宽度。

根据式(9), 经过三角变换可以导出:

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{1 + K^2 - M^2} - KM}{1 + K^2} \quad (14)$$

式(14)建立了牵引角与螺杆基本参数、物料摩擦特性及料塞压力的函数关系, 关于式(14)详细的分析和讨论参见文献[2]。由于一般摩擦系数与速度

无关, 在实际计算时常假定 $f_s = f_b = f$, 并忽略微元上压力的变化, 用式(10)、(11)和(14)可求出牵引角 β 。

根据作用与反作用力原理, 在料塞微元作用下, 螺杆上所受的轴向推力为

$$dF_z = (F_7 - F_8)_z - F_{3z} - F_{4z} - F_{5z} \quad (15)$$

由式(7)、(12)和(15)可以得到

$$dF_z = F_{1z} + (F_6 - F_2)_z = pf_b W \sin \beta \cdot dl_b + HW \sin \psi \cdot dp = pW (f_b \sin \beta + k_p H \sin \psi) dl_b \quad (16)$$

由式(8)、(12)可得在料塞微元作用下螺杆所受的扭矩为

$$dM_z = F_{1t} \frac{D_b}{2} - (F_6 - F_2)_t \frac{D}{2} = \frac{1}{2} pf_b W D_b \cos \beta \cdot dl_b - \frac{D}{2} HW \cos \psi \cdot dp = \frac{1}{2} pW (f_b D_b \cos \beta - k_p D H \cos \psi) dl_b \quad (17)$$

3.2 物料在双螺杆中的运动方程

假设螺杆静止, 如图4所示, 物料从A点开始进入螺杆, 一个周期所用时间为: $4(\pi - \varphi) / \omega$, 当物料在螺杆 O_1 上从A点到B点, 即 $0 \leq t \leq 2(\pi - \varphi) / \omega$ 时, 物料的运动方程为

$$\begin{cases} x = r \cos(\omega t) \\ y = r \sin(\omega t) \\ z = \frac{\omega T}{2\pi} t \end{cases} \quad (18)$$

当物料在螺杆 O_2 上从B点到A点, 即 $2(\pi - \varphi) / \omega \leq t \leq 4(\pi - \varphi) / \omega$ 时, 物料的运动方程为

$$\begin{cases} x = r \cos \left[\omega \left(t - \frac{2\pi - 2\varphi}{\omega} \right) + \pi + \varphi \right] + C_L \\ y = r \sin \left[\omega \left(t - \frac{2\pi - 2\varphi}{\omega} \right) + \pi + \varphi \right] \\ z = \frac{\omega T}{2\pi} t + e_1 \end{cases} \quad (19)$$

式中: r 为任意物料所在位置半径; T 为螺纹导程; ω 为物料在螺槽内流动的角速度。螺杆转动时

$$\omega = \frac{2}{D_b} (V_e - V_r \cos \psi_b)$$

3.3 用积分法求轴向推力和扭矩

对式(18)或(19)求导, 可以得到物料沿螺旋线流动时在 x, y, z 三个方向的分速度, 则物料沿螺槽流动的合速度为

$$V_b = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \frac{\omega}{2} \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2}$$

$$dl_b = V_b dt = \frac{\omega}{2} \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2} dt$$

物料在螺杆 O_1 上从 A 到 B 时:

$$l_b = \int_0^{2(\pi-\varphi)} V_b dt = (\pi-\varphi) \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2}$$

因此, 单个螺杆在一个导程内所受的轴向推力和扭矩可由式 (16)、(17) 积分得到

$$F_{zT} = pW(\pi-\varphi) \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2} (f_b \sin \beta + k_p H \sin \psi) \quad (20)$$

$$M_{zT} = \frac{1}{2} pW(\pi-\varphi) \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2} (f_b D_b \cos \beta - k_p DH \cos \psi) \quad (21)$$

由于积分函数是不连续的, 可根据式 (20)、(21) 的分段积分结果进行叠加求出单根螺杆所受的轴向推力和扭矩的理论值; 此外, 考虑反向螺旋、进料大螺距段和啮合区的作用, 应对理论公式进行修正; 因此, 实际单根螺杆的轴向推力和扭矩分别为

$$F_z = gpk_F W(\pi-\varphi) \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2} (f_b \sin \beta + k_p H \sin \psi) \quad (22)$$

$$M_z = \frac{1}{2} gpk_M W(\pi-\varphi) \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2} (f_b D_b \cos \beta - k_p DH \cos \psi) \quad (23)$$

式中: g 为形成料塞反向螺旋的有效导程数; k_F, k_M 分别为考虑、进料大螺距段、物料充满度和啮合区作用单根螺杆实际轴向推力和扭矩的修正系数, k_F, k_M 可根据实验来确定。

由式 (23) 可推导出双螺杆磨浆机的功耗为

$$P_c = \frac{\pi n}{30} gpk_M W(\pi-\varphi) \sqrt{D_b^2 + (T/\pi)^2} (f_b D_b \cos \beta - k_p DH \cos \psi) \quad (24)$$

螺杆轴向推力和双螺杆磨浆机功耗计算可用于指导选取螺杆轴承和电机功率。从式 (22) 和式 (24) 可以看出, 螺杆轴向推力和双螺杆磨浆机功耗均与形成料塞的反向螺旋有效导程数 g 、机筒内的压力 p 、物料与机筒的摩擦系数 f_b 和螺槽平均宽度 W 成正比, 并为螺杆外径 D_b 、牵引角 β 和螺旋角 ψ 的函数。

4 算例

例: 假定 $p=1\text{MPa}$, $p_1 \approx p_2$, 当 $f_b=f_s=0.35$ 和 0.5 时, 求双螺杆磨浆机实验台的理论流率、理论轴向推力和

理论功耗。已知基本参数 $D_b=60\text{mm}$, $C_L=50\text{mm}$, $T=45\text{mm}$, $m=1$, $n=350\text{r/min}$ 。

根据已知条件和双螺杆磨浆机有关参数计算公式^[6,7]可以求出: $D=50\text{mm}$, $D_s=40\text{mm}$, $H=10\text{mm}$, $P=T=45\text{mm}$, $\psi_b=13.43^\circ$, $\psi=15.99^\circ$, $\psi_s=19.70^\circ$, $\theta=22.7^\circ$, $\varphi=33.56^\circ$, $e=13.72\text{mm}$, 取 $e_1=12\text{mm}$, 根据几何关系可求出: $W_b=33\text{mm}$, $W_s=24\text{mm}$, 所以有 $W=(W_b+W_s)/2=28.5\text{mm}$ 。

解: 根据式 (10) 计算 K , 根据式 (11) 计算 M , 代入式 (14) 求出 β 值; 将 β 和几何参数代入式 (6) 可求出理论流率; 再将 β 和已知参数代入式 (22) 和 (24) 可求出理论轴向推力和理论功耗, 此时取 $g=4$, $k_Q=1$, $k_F=1$, $k_M=1$, 计算结果如表 1 所示。

表 1 计算结果

Tab.1 Calculation results of the example

f	K	M	$\beta / ^\circ$	$Q/\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$	F_z/N	P_c/kW
0.35	0.589 51	0.906 29	8.153	0.617 1	892	13.69
0.50	0.764 98	0.960 61	2.858	0.284 6	448	19.74

可以看出: 计算结果的取值范围基本符合实测结果, 变化趋势符合基本规律。存在一定的误差是因为修正系数 k_Q, k_F, k_M 均假设为 1, 目前由于实验数据较少, 还无法确定这些修正系数。

5 结 语

假定物料在双螺杆磨浆机中的 ∞ 字形螺旋线流动为主流, 忽略漏流和啮合区对主流的作用, 将塑料工业单螺杆挤出机塞流固体输送的 Darnell-Mol 理论推广到双螺杆磨浆机中, 建立了双螺杆磨浆机流动模型和挤压模型, 推导出双螺杆磨浆机流率、螺杆轴向推力和扭矩方程, 经过初步计算和分析, 计算结果的取值范围基本符合实际, 变化趋势符合基本规律。

在双螺杆磨浆机流动模型和挤压模型中虽然做了一些假设, 但流率、轴向推力和扭矩的方程中包含了所有的主要影响因素, 初步计算结果的取值范围是基本符合实际的, 说明该模型建立的立论是正确的。

在流率、轴向推力和扭矩的方程中, 牵引角是最重要的参数, 它几乎涉及到双螺杆磨浆机所有的几何参数和力学参数。其中, 摩擦系数、机筒压力、料塞的压力差等需要测量获得。因此, 上述参数的测量, 理论流率、轴向推力和扭矩的修正系数等还需要进一步的研究。

(下转第 60 页)