第 23 卷 第 1 期
2008 年 3 月

天津科技大学学报
Journal of Tianjin University of Science & Technology

Vol.23 No. 1
Mar. 2008

公差分配的优化模型及其解析最优解

张大克[1]， 李振刚[2]

（1. 天津科技大学理学院，天津 300457；2. 天津科技大学机械工程学院，天津 300222）

摘 要：运用最优化理论，对指数加工成本函数、改进指数加工成本函数、负平方加工成本函数、负幂加工成本函数建立了公差分配优化模型，进行了算法设计，获得了解析最优解，对提高公差分配水平和促进计算机辅助公差设计具有重要意义.

关键词：公差分配；成本函数；优化模型；解析最优解

中图分类号：TP391；O221.2 **文献标识码**：A **文章编号**：1672-6510（2008）01-0053-05

Optimization Model for Tolerance Allocation and Its Analytic Solution

ZHANG Da-ke[1]，LI Zhen-gang[2]

（1. College of Science，Tianjin University of Science & Technology，Tianjin 300457，China；
2. College of Mechanical Engineering，Tianjin University of Science & Technology，Tianjin 300222，China）

Abstract：Based on optimization theory，the optimization model of tolerance allocation was constructed to deal with four most commonly used cost-tolerance functions.The calculating method of the model was designed.The optimum solution of the model was obtained through analytic method.The model can improve the level of tolerance allocation and have important meaning on computer aided tolerance design.

Keywords：tolerance allocation；cost-tolerance function；optimization model；analytic optimum solution

公差分配是公差设计理论的一个重要方面，其主要研究如何将封闭环的设计公差合理地分配给各组成环，在保证一定装配率的情况下，使产品的加工成本达到最低. 国内外学者对公差分配问题的研究一直非常重视，研究成果很多[1—6]，但运用最优化理论解决公差分配问题，并给出解析最优解的却很少. 本文运用最优化理论，针对 4 种常见的加工成本函数建立公差分配优化模型，并对其进行算法设计，获得其解析最优解，这对提高公差分配水平和促进计算机辅助公差设计具有重要意义.

1 指数加工成本函数

1.1 公差分配优化模型

指数加工成本函数模型的一般形式为

$$C(t) = ae^{-bt} \tag{1}$$

式中：t 为设计公差；$C(t)$ 为加工成本；a 和 b 为已知参数，且 $a>0$、$b>0$.

假设一个线性尺寸链有 n 个组成环，第 i 个组成环的待定设计公差用 t_i（$i=1,2,\cdots,n$）表示，且每个组成环对于不同公差设计的加工成本都符合规律（1）. 设第 i 个组成环的加工成本函数为

$$C(t_i) = a_i e^{-b_i t_i} \tag{2}$$

其中，a_i 和 b_i 为大于零的已知参数，$i=1,2,\cdots,n$. 若用 t 表示已知的封闭环设计公差，则该线性尺寸链的公差分配优化模型为[7—9]

$$\begin{aligned} &\min C(t_1,t_2,\cdots,t_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i e^{-b_i t_i} \\ &s.t.:\ \sum_{i=1}^{n} \omega_i t_i \leqslant \omega t \end{aligned} \tag{3}$$

式中：ω_i 为第 i 个组成环设计公差的传递系数；ω为封闭环设计公差的传递系数. ω_i 和ω均为已知参数，

收稿日期：2007-08-30；**修回日期**：2007-11-20
基金项目：天津市应用基础研究计划重点资助项目（06YFJZC00500）
作者简介：张大克（1961—），男，吉林通化人，教授.

且都大于零, i=1, 2, …, n.

1.2　算法设计及其解析最优解

考虑到各组成环的设计公差越大加工成本越低，因此若优化模型

$$\begin{aligned}&\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_ie^{-b_it_i}\\&s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i=\omega t\end{aligned}\tag{4}$$

有最优解，则其最优解一定是优化模型（3）的最优解.

用 Lagrange 乘数法解有约束优化模型（4），构造 Lagrange 函数为[10,11]

$$L(t_1,t_2,\cdots,t_n,\lambda)=\sum_{i=1}^{n}a_ie^{-b_it_i}+\lambda(\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i-\omega t)\tag{5}$$

其中，λ为未知参数. 优化模型（4）的最优解应为方程组（6）的解.

$$\begin{cases}-a_1b_1e^{-b_1t_1}+\lambda\omega_1=0\\-a_2b_2e^{-b_2t_2}+\lambda\omega_2=0\\\quad\vdots\\-a_nb_ne^{-b_nt_n}+\lambda\omega_n=0\\\omega_1t_1+\omega_2t_2+\cdots+\omega_nt_n-\omega t=0\end{cases}\tag{6}$$

记 $\alpha_i=a_ib_i/\omega_i$，则由 $-a_ib_ie^{-b_it_i}+\lambda\omega_i=0$ 得 $\ln(\alpha_i/\alpha_j)=b_it_i-b_jt_j$，$i\neq j$，$i,j=1,2,\cdots,n$.

记 $c_{ij}=\ln(\alpha_i/\alpha_j)$，则 $b_it_i-b_jt_j=c_{ij}$（$i\neq j$；$i,j=1,2,\cdots,n$）. 因此方程组（6）中未知数 t_i（i=1, 2, …, n）的解应为方程组（7）的解.

$$\begin{cases}b_1t_1-b_2t_2=c_{12}\\b_2t_2-b_3t_3=c_{23}\\\quad\vdots\\b_{n-1}t_{n-1}-b_nt_n=c_{n-1n}\\\omega_1t_1+\omega_2t_2+\cdots+\omega_nt_n=\omega t\end{cases}\tag{7}$$

设方程组（7）的矩阵形式为

$$\boldsymbol{AT}=\boldsymbol{C}\tag{8}$$

其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}b_1&-b_2&0&\cdots&0\\0&b_2&-b_3&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&\cdots&0&b_{n-1}&-b_n\\\omega_1&\omega_2&\cdots&\omega_{n-1}&\omega_n\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}t_1\\t_2\\\vdots\\t_n\end{bmatrix},\ \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}c_{12}\\c_{23}\\\vdots\\c_{n-1n}\\\omega t\end{bmatrix}$$

定理 1　方程组（8）的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式等于 $(\prod_{i=1}^{n}b_i)(\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j}{b_j})$，即 $|\boldsymbol{A}|=(\prod_{i=1}^{n}b_i)(\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j}{b_j})$.

证明: 因为

$$|A|=b_1b_2\cdots b_{n-1}\begin{vmatrix}1&-\frac{b_2}{b_1}&0&\cdots&0\\0&1&-\frac{b_3}{b_2}&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&\cdots&0&1&-\frac{b_n}{b_{n-1}}\\\omega_1&\omega_2&\cdots&\omega_{n-1}&\omega_n\end{vmatrix}=$$

$$b_1b_2\cdots b_{n-1}\begin{vmatrix}1&-\frac{b_2}{b_1}&0&\cdots&0\\0&1&-\frac{b_3}{b_2}&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&\cdots&0&1&-\frac{b_n}{b_{n-1}}\\0&0&\cdots&0&G\end{vmatrix}$$

其中 $G=b_n(\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j}{b_j})$，所以 $|\boldsymbol{A}|=(\prod_{i=1}^{n}b_i)(\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j}{b_j})$.

定理 2　方程组（8）有唯一解，其解为 $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}$.

由定理 2 知公差分配优化模型（3）的最优解为 $\boldsymbol{T}^*=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}$，这是一个解析最优解.

2　改进指数加工成本函数

2.1　公差分配优化模型

改进指数加工成本函数模型的一般形式为

$$C(t)=ae^{-b(t-t^*)}+d\tag{9}$$

式中：t 为设计公差；$C(t)$ 为加工成本；a、b、d 及 t^* 为已知参数，且 a>0、b>0.

假设一个线性尺寸链有 n 个组成环，第 i 个组成环的待定设计公差用 t_i（i=1, 2, …, n）表示，且每个组成环对于不同公差设计的加工成本都符合规律（9）. 设第 i 个组成环的加工成本函数为

$$C(t_i)=a_ie^{-b_i(t_i-t_i^*)}+d_i\tag{10}$$

其中，a_i、b_i、d_i 及 t_i^*为已知参数，且 a_i 和 b_i 都大于零，i=1, 2, …, n. 若用 t 表示已知的封闭环设计公差，则该线性尺寸链的公差分配优化模型为

$$\begin{aligned}&\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_ie^{-b_i(t_i-t_i^*)}+\sum_{i=1}^{n}d_i\\&s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i\leqslant\omega t\end{aligned}\tag{11}$$

式中：ω_i 为第 i 个组成环设计公差的传递系数；ω为封闭环设计公差的传递系数. ω_i 和ω均为已知参数，且都大于零，i=1，2，⋯，n.

2.2 算法设计及其解析最优解

考虑到各组成环的设计公差越大加工成本越低，因此若优化模型（12）有最优解，则其最优解一定是优化模型（11）的最优解.

$$\begin{aligned}&\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_ie^{-b_i(t_i-t_i^*)}+\sum_{i=1}^{n}d_i\\&s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i=\omega t\end{aligned}\tag{12}$$

记 $x_i=t_i-t_i^*$（$i=1,2,\cdots,n$），则 $t_i=x_i+t_i^*$（$i=1,2,\cdots,n$），模型（12）化为

$$\begin{aligned}&\min\ C(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum_{i=1}^{n}a_ie^{-b_ix_i}+\sum_{i=1}^{n}d_i\\&s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_ix_i+\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i^*=\omega t\end{aligned}\tag{13}$$

用 Lagrange 乘数法解有约束优化模型（13），构造 Lagrange 函数为

$$\begin{aligned}L(x_1,x_2,\cdots,x_n,\lambda)=&\sum_{i=1}^{n}a_ie^{-b_ix_i}+\sum_{i=1}^{n}d_i+\\&\lambda(\sum_{i=1}^{n}\omega_ix_i+\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i^*-\omega t)\end{aligned}\tag{14}$$

其中，λ 为未知参数. 优化模型（13）的最优解应为方程组（15）的解.

$$\begin{cases}-a_1b_1e^{-b_1x_1}+\lambda\omega_1=0\\-a_2b_2e^{-b_2x_2}+\lambda\omega_2=0\\\quad\vdots\\-a_nb_ne^{-b_nx_n}+\lambda\omega_n=0\\\sum_{i=1}^{n}\omega_ix_i+\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i^*-\omega t=0\end{cases}\tag{15}$$

记 $\beta_i=a_ib_i/\omega_i$，则由 $-a_ib_ie^{-b_ix_i}+\lambda\omega_i=0$ 得 $\ln(\beta_i/\beta_j)=b_ix_i-b_jx_j$，$i\neq j$，$i,j=1,2,\cdots,n$.

记 $h_{ij}=\ln(\beta_i/\beta_j)$，则 $b_ix_i-b_jx_j=h_{ij}$（$i\neq j$；$i,j=1,2,\cdots,n$）. 因此方程组（15）中未知数 x_i（i=1，2，⋯，n）的解应为方程组（16）的解.

$$\begin{cases}b_1x_1-b_2x_2=h_{12}\\b_2x_2-b_3x_3=h_{23}\\\quad\vdots\\b_{n-1}x_{n-1}-b_nx_n=h_{n-1n}\\\omega_1x_1+\omega_2x_2+\cdots+\omega_nx_n=\omega t-\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i^*\end{cases}\tag{16}$$

设方程组（16）的矩阵形式为

$$\boldsymbol{BX}=\boldsymbol{H}\tag{17}$$

其中

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}b_1&-b_2&0&\cdots&0\\0&b_2&-b_3&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&\cdots&0&b_{n-1}&-b_n\\\omega_1&\omega_2&\cdots&\omega_{n-1}&\omega_n\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{bmatrix},H=\begin{bmatrix}h_{12}\\h_{23}\\\vdots\\h_{n-1n}\\\omega t-\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i^*\end{bmatrix}$$

由定理 1 知方程组（17）有唯一解 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{H}$. 由于 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{T}-\boldsymbol{T}^*$，可得

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{H}+\boldsymbol{T}^*\tag{18}$$

其中：$\boldsymbol{T}=(t_1,t_2,\cdots,t_n)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{T}^*=(t_1^*,t_2^*,\cdots,t_n^*)^{\mathrm{T}}$. 式（18）是公差分配优化模型（11）的解析最优解.

3 负平方加工成本函数

3.1 公差分配优化模型

负平方加工成本函数模型的一般形式为

$$C(t)=at^{-2}\tag{19}$$

式中：t 为设计公差；$C(t)$为加工成本；a 为已知参数，且 a>0.

假设一个线性尺寸链有 n 个组成环，第 i 个组成环的待定设计公差用 t_i（i=1，2，⋯，n）表示，且每个组成环对于不同公差设计的加工成本都符合规律（19）. 设第 i 个组成环的加工成本函数为

$$C(t_i)=a_it_i^{-2}\tag{20}$$

其中，a_i 为已知参数，且大于零，i=1，2，⋯，n. 若用 t 表示已知的封闭环设计公差，则该线性尺寸链的公差分配优化模型为

$$\begin{aligned}&\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_it_i^{-2}\\&s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i\leqslant\omega t\end{aligned}\tag{21}$$

式中：ω_i 为第 i 个组成环设计公差的传递系数；ω为封闭环设计公差的传递系数. ω_i 和ω均为已知参数，且都大于零，i=1，2，⋯，n.

3.2 算法设计及其解析最优解

考虑到各组成环的设计公差越大加工成本越低，因此若优化模型（22）有最优解，则其最优解一定是优化模型（21）的最优解.

$$\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_it_i^{-2}$$
$$s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i=\omega t \qquad (22)$$

用 Lagrange 乘数法解有约束优化模型（22），构造 Lagrange 函数为

$$L(t_1,t_2,\cdots,t_n,\lambda)=\sum_{i=1}^{n}a_it_i^{-2}+\lambda(\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i-\omega t) \qquad (23)$$

其中，λ 为未知参数．由 $\frac{\partial L}{\partial t_i}=-2a_it_i^{-3}+\lambda\omega_i=0$ 得 $\frac{a_i}{\omega_i}t_i^{-3}=\frac{1}{2}\lambda$，$i=1,2,\cdots,n$．

记 $\gamma_i=a_i/\omega_i$（$i=1,2,\cdots,n$），则有

$$t_i=(\frac{\gamma_i}{\gamma_j})^{\frac{1}{3}}t_j\ (\ i\neq j\ ;\ i,j=1,2,\cdots,n\ ) \qquad (24)$$

故优化模型（22）的最优解应为方程组（25）的解.

$$\begin{cases}t_i=(\frac{\gamma_i}{\gamma_j})^{\frac{1}{3}}t_j\ (\ i\neq j\ ;\ i,j=1,2,\cdots,n) \\ \omega_1t_1+\omega_2t_2+\cdots+\omega_nt_n=\omega t\end{cases} \qquad (25)$$

而方程组（25）的唯一解为

$$t_i=\frac{\omega t}{\sum_{j=1}^{n}\omega_j(\frac{\gamma_j}{\gamma_i})^{\frac{1}{3}}}\ (\ i=1,2,\cdots,n\ ) \qquad (26)$$

即公差分配优化模型（21）的解析最优解为式（26）.

4　负幂加工成本函数

4.1　公差分配优化模型

负幂加工成本函数模型的一般形式为

$$C(t)=at^{-b} \qquad (27)$$

式中：t 为设计公差；$C(t)$ 为加工成本；a 和 b 为已知参数，且 $a>0$、$b>0$.

假设一个线性尺寸链有 n 个组成环，第 i 个组成环的待定设计公差用 t_i（$i=1,2,\cdots,n$）表示，且每个组成环对于不同公差设计的加工成本都符合规律（27）. 设第 i 个组成环的加工成本函数为

$$C(t_i)=a_it_i^{-b_i} \qquad (28)$$

其中 a_i、b_i 均为已知参数，且都大于零，$i=1,2,\cdots,n$. 若用 t 表示已知的封闭环设计公差，则该线性尺寸链的公差分配优化模型为

$$\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_it_i^{-b_i}$$
$$s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i\leqslant\omega t \qquad (29)$$

式中：ω_i 为第 i 个组成环设计公差的传递系数；ω 为封闭环设计公差的传递系数. ω_i 和 ω 均为已知参数，且都大于零，$i=1,2,\cdots,n$.

4.2　算法设计及其解析最优解

考虑到各组成环的设计公差越大加工成本越低，因此若优化模型（30）有最优解，则其最优解一定是优化模型（29）的最优解.

$$\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_it_i^{-b_i}$$
$$s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i=\omega t \qquad (30)$$

用 Lagrange 乘数法解有约束优化模型（30），构造 Lagrange 函数为

$$L(t_1,t_2,\cdots,t_n,\lambda)=\sum_{i=1}^{n}a_it_i^{-b_i}+\lambda(\sum_{i=1}^{n}\omega_it_i-\omega t) \qquad (31)$$

其中，λ 为未知参数．由 $\frac{\partial L}{\partial t_i}=-a_ib_it_i^{-(b_i+1)}+\lambda\omega_i=0$ 得 $\frac{a_ib_i}{\omega_i}t_i^{-(b_i+1)}=\lambda$，$i=1,2,\cdots,n$．

记 $\mu_i=a_ib_i/\omega_i$（$i=1,2,\cdots,n$），则有

$$t_i=(\frac{\mu_i}{\mu_j})^{\frac{1}{b_i+1}}t_j^{\frac{b_j+1}{b_i+1}}(\ i\neq j\ ;\ i,j=1,2,\cdots,n\ ) \qquad (32)$$

故优化模型（30）的最优解应为方程组（33）的解.

$$\begin{cases}t_i=(\frac{\mu_i}{\mu_j})^{\frac{1}{b_i+1}}t_j^{\frac{b_j+1}{b_i+1}}\ (i\neq j\ ;\ i,j=1,2,\cdots,n) \\ \omega_1t_1+\omega_2t_2+\cdots+\omega_nt_n=\omega t\end{cases} \qquad (33)$$

而方程组（33）可化为方程组

$$\sum_{j=1}^{n}\omega_j(\frac{\mu_j}{\mu_i})^{\frac{1}{b_j+1}}t_i^{\frac{b_i+1}{b_j+1}}-\omega t=0\quad(i=1,2,\cdots,n) \qquad (34)$$

方程组（34）中的每个方程都只有一个未知数，其解很容易用数学软件求出.

若在式（29）中已知参数 $b_1=b_2=\cdots=b_n$，且记 $b_1=b_2=\cdots=b_n=b$，则公差分配优化模型（29）变为

$$\min\ C(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\sum_{i=1}^{n}a_it_i^{-b}$$
$$s.t:\ \sum_{i=1}^{n}\omega_it_i\leqslant\omega t \qquad (35)$$

若记 $\eta_i=a_i/\omega_i$（$i=1,2,\cdots,n$），则根据上述讨论知，公差分配优化模型（35）的解析最优解为

$$t_i=\frac{\omega t}{\sum_{j=1}^{n}\omega_j(\frac{\eta_j}{\eta_i})^{\frac{1}{b+1}}}\ (\ i=1,2,\cdots,n\ ) \qquad (36)$$

公差分配优化模型（21）仅是公差分配优化模型（35）中 b 取 2 的特殊情形.

参 考 文 献:

［1］ 李彩琴，余小勇.微带盒内腔的公差分配及尺寸精度的保证措施［J］.西安邮电学院学报，2000，5（3）：15—17.
［2］ 李　兵，胡　颖，唐　辉. 基于有限元模型的汽车薄板焊装公差分配研究［J］. 机械科学与技术，2005，24（12）：1463—1465.
［3］ 余顺年，马履中.基于模糊概率设计的装配尺寸链公差分配［J］.工具技术，2004，38（6）：67—69.
［4］ Huang M，Gao Y，Xu Z，et al.Composite planar tolerance allocation with dimensional and geometric specifications［J］. Int J Adv Manuf Technol，2002（20）：341—347.
［5］ Jun-Hee Lee，Dae-Gab Gweon，Dae-Keun Jin，et al. Tolerance allocation and auto alignment algorithm of focusing unit for near field recording system［J］.Int J Adv Manuf Technol，2006（29）：1041—1049.
［6］ Prabhaharan G，Asokan P，Rajendran S.Sensitivity-based conceptual design and tolerance allocation using the continuous ants colony algorithm（CACO）［J］.Int J Adv Manuf Technol，2005（25）：516—526.
［7］ Chou C-Y，Chang C-L.Minimum-loss assembly tolerance allocation by considering product degradation and time value of money［J］.Int J Adv Manuf Technol，2001（17）：139—146.
［8］ Prabhaharan G，Asokan P，Ramesh S，et al. Genetic-algorithm-based optimal tolerance allocation using a least-cost model［J］.Int J Adv Manuf Technol，2004（24）：647—660.
［9］ Yeo S H，Ngoi B K A，Chen H. Process sequence optimization based on a new cost-tolerance model［J］.Journal of intelligent manufacturing，1998（9）：29—37.
［10］袁亚湘，孙文瑜.最优化理论与方法［M］. 北京：科学出版社，1997：404—421.
［11］刘玉琏，傅沛仁. 数学分析讲义（下册）［M］. 3 版. 北京：高等教育出版社，2001：227—238.

（上接第 12 页）

散，形状不规则，还有类似硅藻土的颗粒物存在. 这说明 PSiAFCC 絮凝剂与硅藻土胶体颗粒物反应充分，比 PFS 絮凝剂更好地发挥了电中和凝聚和架桥絮凝作用，这与实验中得到的 PSiAFCC 絮凝效果好于 PFS 的结论相吻合.

3 结　论

（1）考虑到在聚合反应中 Al^{3+}、Fe^{3+}离子与硅酸聚合速度的差异，制备过程中应先引入 Al^{3+}离子、再引入 Fe^{3+}离子，使铁盐和铝盐实现了交叉共聚，通过采用加入 KF 溶液法说明絮凝剂中铝、铁不是以离子状态存在，同时借助扫描电镜对絮凝剂的结构及形貌分析表明，PSiAFCC 中硅与铝、铁离子之间存在着作用键，形成了高分子结构而以聚合态存在.

（2）热重分析表明，絮凝剂 PSiAFCC 存在较多的羟基，在一定温度范围内有较好的热稳定性，对制备固体产品具有指导意义.

参 考 文 献:

［1］ 孙剑辉，徐　毅. 聚硅酸盐类絮凝剂的研究进展［J］. 工业水处理，2000，20（3）：4—6.
［2］ Her R K.The Chemistry of Silicate ［M］.New York：John Wiley & Sons Inc，1979.
［3］ 汤鸿霄.无机高分子复合絮凝剂的研制趋向［J］.中国给水排水，1999，15（2）：1—4.
［4］ 张明聪. 聚合氯化铁的制备与应用研究［D］.天津：天津科技大学，2005.
［5］ 段瑛博. 聚硅酸絮凝剂的制备与应用研究［D］.天津：天津科技大学，2005.
［6］ 周凤山，王世虎，苏金柱，等. 多核无机高分子絮凝剂 PMC 红外结构及性能［J］.精细化工，2003，20（10）：615—618.
［7］ 岳钦艳，刘玉真，高宝玉.聚合硅酸氯化铝铁混凝剂的制备及其特性［J］.山东大学学报：自然科学版，2001，36（4）：425—428.
［8］ 高宝玉，王　燕，岳钦艳，等. 聚合铝基复合絮凝剂的电荷特性及其絮凝作用［J］.环境化学，2003，24（1）：103—106.
［9］ 韩书华，许　之，侯万国，等. 插入法制备镁铝氢氧化物的性质研究［J］.山东大学学报：自然科学版，1998，33（4）：416—421.
［10］高宝玉. 含铝离子的聚硅酸絮凝剂研究［J］.环境科学，1990, 11（5）：37—41.