



## 光栅谐振子检测地震波系统的建模方法

贾子申, 李淑清, 李建良

(天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222)

**摘要:** 根据数学理论对光栅谐振子检测地震波系统进行了定义, 光栅谐振子检测地震波系统的输入、输出信号均为一维的连续时间函数; 建立了数学模型和物理模型; 对光栅谐振子检测地震波系统的阻尼进行了分析, 计算了铝筒整体受力情况, 提出了适当增加阻尼的改进措施。

**关键词:** 光栅谐振子; 建模; 地震勘探

中图分类号: TP14

文献标识码: A

文章编号: 1672-6510 (2008) 01-0038-04

### System Modeling of Seismic Survey with Grating Vibrator

JIA Zi-shen, LI Shu-qing, LI Jian-liang

(College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** Based on the research work and considering the actual environment in which the system is in application, the seismic wave detecting system by grating geophone was defined. Both the input and the output signal of seismic wave detecting system by grating geophone are continuous time functions. Then the mathematic and physics models were presented. Also, the damp of the system was analyzed and some improvement measures were proposed in this paper.

**Keywords:** Grating vibrator; modular; seismic exploration

光栅地震检波器是一种数字传感器, 输出信号为数字量或数字编码。由于数字传感器能直接将测的非电量转换为数字量, 不需要经过 A/D 转换即可进行数字显示或与计算机联机, 所以不但可提高系统的可靠性和精确度, 而且具有抗干扰能力强、适宜远距离传输等优点<sup>[1]</sup>, 是传感器的发展方向之一。采用光栅谐振子为敏感元件, 其输出信号以脉冲数形式输出。工作时, 光栅地震检波器是利用光栅谐振子随大地震动产生莫尔条纹<sup>[2,3]</sup>, 以震动上下方向不同对莫尔条纹进行分别计数, 再转换为电能并以数字信号输出的机—光—电耦合转换装置。在地震勘探中, 检波器以最大的逼真度产生与地震波动相对应的振动幅值和频率, 从而检测出地震波。

目前, 对于应用光栅谐振子检测地震波系统的理论研究还不多。本文对光栅谐振子检测地震波系统的数学和物理模型进行研究, 以期指导系统的设计和改进。

## 1 光栅谐振子检测地震波系统的定义和数学模型

### 1.1 定义

根据数学理论可将光栅谐振子检测地震波系统定义为: 输入、输出信号均为一维的连续时间函数<sup>[4]</sup>。将系统输入信号  $x$  映射为输出信号  $y$  的唯一性变换或运算, 记为  $y=T[x]$ 。输入、输出信号是一维的时间函数, 是连续的时间信号。

### 1.2 数学模型

根据实际情况, 本系统属于稳定的线性非时变系统, 系统稳定的充分必要条件为

对于连续时间系统要满足  $\int_{-\infty}^{\infty} |h_{\alpha}(\tau)| d\tau < \infty$ ,

对于离散时间系统要满足  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$ 。

收稿日期: 2007-09-18; 修回日期: 2007-10-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (40174031); 天津科技大学自然科学基金资助项目 (20060229)

作者简介: 贾子申 (1980—), 男, 天津人, 硕士研究生。

系统的传递函数<sup>[5-9]</sup>可以写为

$$H_a(s) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m s^m}{\sum_{n=0}^N a_n s^n} \quad (1)$$

模型阶数为  $(M, N)$ . 在系统稳定的假设条件下, 系统的频率响应函数  $H_a(j\omega)$  存在, 并且

$$H_a(j\omega) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m (j\omega)^m}{\sum_{n=0}^N a_n (j\omega)^n} \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E}{\partial a_n} = 0 \quad (n = 0, 1, \dots, N-1) \\ \frac{\partial E}{\partial b_m} = 0 \quad (m = 0, 1, \dots, M) \end{array} \right.$$

其中:  $a_0, a_1, \dots, a_n$  和  $b_0, b_1, \dots, b_n$  是与传感器结构有关的常数.

对于位移测震传感器, 式中  $n=2, m=1$ , 所以有

$$H_a(j\omega) = \frac{b_0 + b_1(j\omega)}{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2}$$

## 2 光栅谐振子检测地震波系统物理模型

### 2.1 简化模型及振动模型分析

$K_1, K_2$  为两弹簧的刚度;  $C_1, C_2$  为系统的阻尼 (包括外加阻尼); 质量块  $m$  为主光栅以及固定主光栅的铝筒的总质量, 光栅谐振子简化模型见图 1. 设无重力作用时, 两弹簧均无变形, 此时位置为  $x_0$ ; 当有重力作用时, 两弹簧均有变形. 取静止时位置为坐标原点  $O$ .

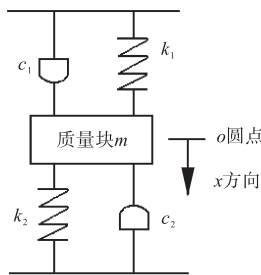


图 1 光栅谐振子整体简化模型

Fig. 1 Simplified model of grating vibrator

质量块受力分析见图 2.

图 2 (a) 为质量块由原点  $O$  处向下运动. 由牛顿第二定律得

$$mx'' = G - c_1x' - c_2x' - k_1(x+x_0) - k_2(x+x_0) \quad (3)$$

由于  $G = k_1x_0 + k_2x_0$ , 所以式 (3) 变为

$$mx'' = -c_1x' - c_2x' - k_1x - k_2x \quad (4)$$

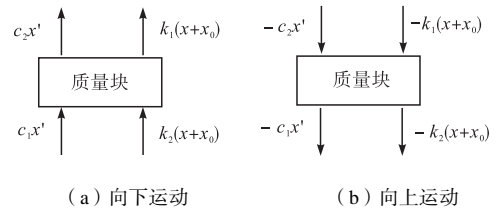


图 2 质量块受力分析

Fig. 2 Force analysis of brick

图 2 (b) 为质量块由最低点向  $O$  点运动. 由牛顿第二定律所得运动方程与式 (4) 相同. 可知, 质量块由原点向下运动到最低点, 由最低点向上运动到原点, 两者的运动方程相同且与重力无关. 同理, 可分析质量块由原点向上运动到最高点, 由最高点向下运动到最低点的运动方程与重力无关, 运动方程也为式 (4).

令  $c = c_1 + c_2, k = k_1 + k_2$ , 运动方程可简化为

$$mx'' + cx' + kx = 0$$

设系统的输入激励为简谐振动函数  $H\sin\omega t$ , 有

$$mx'' + cx' + kx = H\sin\omega t \quad (5)$$

式 (5) 两端同除以  $m$ , 得

$$x'' + \frac{c}{m}x' + \frac{k}{m}x = \frac{H}{m}\sin\omega t$$

设  $p = \sqrt{\frac{k}{m}}, \zeta = \frac{c}{2mp}$ , 则方程变为

$$x'' + 2p\zeta x' + p^2x = \frac{H}{m}\sin\omega t \quad (6)$$

式 (6) 为一个非齐次二阶常系数微分方程, 其通解由两部分组成: 对应的齐次方程的通解  $x_1$  与该方程的特解  $x_2$  之和.

对应的齐次方程为

$$x'' + 2p\zeta x' + p^2x = 0 \quad (7)$$

齐次方程的两个根可表示为

$$s_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})p$$

根据  $\zeta$  取值的不同, 可分三种情况进行讨论:  $\zeta > 1$  过阻尼;  $\zeta = 1$  临界阻尼;  $\zeta < 1$  欠阻尼.

本系统阻尼系数在  $0.6 \sim 0.8$ , 所以, 这里只讨论欠阻尼的情况.

当  $\zeta < 1$  时,  $s_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})p$ , 方程有一对共轭虚根, 方程 (7) 的通解为

$$x_1 = e^{-\zeta pt} (x_0 \cos \sqrt{1-\zeta^2} pt + \frac{x_0' + \zeta px_0}{q} \sin \sqrt{1-\zeta^2} pt) \quad (8)$$

式中:  $x_0$  为初始位置;  $x_0'$  为初始速度.

式 (8) 可变形为  $x_1 = e^{-\zeta pt} A \sin(qt + \varphi)$

其中

$$q = \sqrt{1-\zeta^2} p$$

$$A = \sqrt{x_0'^2 + (\frac{x_0' + \zeta px_0}{q})^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{qx_0}{x_0' + \zeta px_0}$$

这是一个衰减振动, 只在开始时有限的时间内有意义, 故可以省略.

设式 (5) 的特解为

$$x_2 = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (9)$$

式 (9) 代入式 (5) 得

$$A = \frac{\frac{H}{m}}{-(p^2 - w^2) - 4\zeta^2 p^2 \omega^2},$$

$$B = \frac{2\zeta p \omega \frac{H}{m}}{-(p^2 - w^2) - 4\zeta^2 p^2 \omega^2}$$

令  $X = \sqrt{A^2 + B^2}$ ,  $\phi = \arctan 2\zeta p \omega$ , 则

$$x_2 = X \sin(\omega t + \phi) \quad (10)$$

由式 (10) 可以看出, 系统的稳定响应的幅值决定于大地运动的幅值  $H$ 、频率  $\omega$  和阻尼比  $\zeta$ ; 而频率与大地运动的频率相同<sup>[8]</sup>.

另外, 在系统参数, 如弹簧的刚度, 光栅系统结构的质量等确定不变的条件下, 光栅系统的响应与外加激励的关系为: (1) 系统响应振幅由外加激励的振幅、频率唯一确定; (2) 系统响应的频率就是外加激励的频率; (3) 系统响应的相位由外加激励的频率确定.

由分析可知, 当频率比  $\bar{\omega} \gg 1\sqrt{b^2 - 4ac}$  时,  $\frac{X}{H} \rightarrow 1$ , 即系统的输出振幅:  $X \approx H$ . 为了使仪器频率使用范围扩大, 应获得较大的频率比  $\bar{\omega}$ , 所以要求仪器本身固有频率应尽可能的低.

### 2.2 输入与输出间的关系

形成莫尔条纹必须有两块光栅组成: 主光栅作标准器 (光栅谐振子); 指示光栅作为取信号用. 将两块光栅 (主、指) 相叠合, 并且使两者栅线有很小的夹角  $\theta$ , 这样就可以看到在近于垂直栅线方向上出现明暗相间的条纹, 称为莫尔条纹, 如图 3 所示.

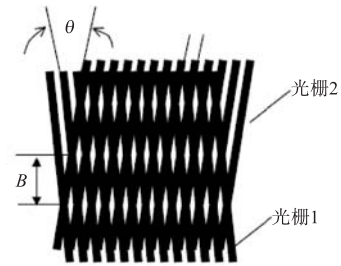


图 3 莫尔条纹的构成

Fig. 3 Composition of moiré fringe

由于莫尔条纹信号的光强将随光栅副的运动而作周期性的变化, 光强度受光栅位移调制, 光电器件输出的电信号为

$$V = V_{\text{平均}} + \frac{1}{2} V_{\text{幅}} \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{W} x) \quad (11)$$

式中:  $V$  为光电元件输出电压, 也就是检波器输出电压;  $V_{\text{平均}}$  为直流电平, 也叫背景电压;  $V_{\text{幅}}$  为信号波形的峰间电压 (峰峰值);  $W$  为光栅常数;  $x$  为大地震动位移, 即检波器输入量. 则一个周期内莫尔条纹数为

$$N_T = \frac{4X}{W}$$

莫尔条纹数目与位移的关系为

$$N_T \propto \frac{x}{W}$$

所以, 通过对莫尔条纹计数可以直接得出光栅位移值<sup>[3]</sup>.

### 3 光栅谐振子检测地震波系统建模的阻尼分析

根据振动模型分析结果, 系统阻尼系数应在 0.6~0.8, 采用涡流阻尼方式, 以保证阻尼系数. 即主光栅的固定架为铝制材料, 上下两端为圆筒形状, 如图 4 所示.

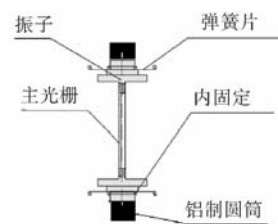


图 4 光栅谐振子阻尼圆筒示意图

Fig. 4 Damping scrinium of Grating Vibrator

阻尼圆筒工作机理在于将永磁体与磁场中的闭合导体分别固定在传感器的外壳和振子上,当传感器置于振动环境时,外壳与振子的相对运动,使得永磁体与闭合导体有相对运动,进而闭合导体包围的磁通量变化产生感应电动势——感应电流,这个感应电流受到磁场的电磁力的作用,电磁力的方向与运动方向相反,电磁力的大小与运动速度的大小成正比。

### 3.1 铝筒微环元的受力情况

在铝筒上取微圆环  $S_1$ , 其坐标可表示为

$$\begin{cases} x_2^2 + y_2^2 = R^2 \\ z = z_2 \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $R$  为铝筒的半径。

通过该圆环的磁通量为

$$\phi = \oint_{S_1} B_z ds \quad (13)$$

在该微元内产生的感生电动势为

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (14)$$

微元的电阻为

$$\Omega = \frac{\rho l}{\varepsilon} \quad (15)$$

式中:  $\rho$  为铝筒的电阻率;  $l$  为微元的长度,  $l = 2\pi R$ ;  $s$  为微元的面积  $ds = 2\pi y_2 dy_2$ 。

通过微元的电流为

$$I = \frac{\varepsilon}{\Omega} \quad (16)$$

微元受力为

$$f = B_y Il = B_y \frac{\varepsilon}{\rho l / s} l = B_y \frac{\varepsilon s}{\rho} \quad (17)$$

### 3.2 铝筒整体受力

对式(17)积分得铝筒受力为

$$F = \int_{\text{铝筒高度}} df = -\frac{2k\pi Dv}{\rho} \int_{\text{铝筒高度}} B_y dB_y$$

式中:  $D$  为铝筒厚度;  $v$  为振动系统运动速度。

根据以上可得结论: 铝筒受力  $F$  与磁感应强度成正比; 铝筒受力  $F$  与铝筒厚度和系统运动速度成正比, 与电阻率成反比;  $F$  随  $(R - r)$  的增大而减小。

## 4 结 语

对光栅谐振子检测地震波系统进行了定义, 建立了数学模型和物理模型。光栅数字地震检波器是将光栅计量技术应用于地震勘探的方法, 实现检测地震波信号的一种地震勘探技术, 具有响应快、动态范围大的优点, 利于实现微弱信号的高精度检测。根据前期的研究工作基础和实际应用的环境, 确定正确的数学方程、物理方程的边界条件是非常重要的。

根据光栅谐振子检测地震波系统的建模方法分析, 传感器属于二阶震动系统, 其阻尼系数非常重要。采用本文的分析方法对光栅谐振子检测地震波系统的阻尼进行了分析, 计算了铝筒整体受力情况, 提出了适当增加阻尼的改进措施。

### 参 考 文 献:

- [1] 潘中印. 浅谈国产地震勘探仪器的技术现状及发展 [J]. 石油仪器, 2000, 14 (5): 11—14.
- [2] 李淑清, 南忠良, 陶知非, 等. 光栅微振动测试传感技术的研究 [J]. 纳米技术与精密工程, 2004 (6): 157—162.
- [3] 李淑清, 南忠良, 李建良, 等. 光栅谐振子检测地震波的理论和方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2004 (6): 399—401.
- [4] 张发启. 现代测试技术及应用 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006.
- [5] Tabesh A. Small-signal dynamic model and analysis of a fixed-speed wind farm—a frequency response approach [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21 (2): 778—787.
- [6] Jing X J. New bound characteristics of NARX model in the frequency domain [J]. International Journal of Control, 2007, 80 (1): 140—149.
- [7] Wood A R. A linear frequency-domain model of a STATCOM [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19 (3): 1410—1418.
- [8] Cunedoglu Y. Frequency domain analysis of model order reduction techniques [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2006, 42 (5): 367—403.
- [9] Ron H A. Frequency domain identification of dynamic friction model parameters [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10 (2): 191—196.