



基于三角基曲面拟合后视镜的数学建模与仿真

王 泽, 张峻霞, 张芸芸
(天津科技大学机械工程学院, 天津 300222)

摘 要: 针对后视镜曲面光滑度高的特点, 提出采用基于三角基线性分布计算法的曲面拟合技术拟合后视镜, 并给出了曲面拟合后视镜流程. 首先通过测量得到后视镜的数据, 然后根据数字化离散点的三维坐标及各点的法向量, 利用后视镜表面的几何特征拟合计算目标函数. 利用 Matlab 仿真对三角基曲面拟合和最小二乘法拟合进行了比较. 结果表明, 采用三角基曲面拟合的曲面更光滑, 可以用于后视镜拟合. 通过拟合得到的曲面几何参数可以为后视镜模型设计打下基础.

关键词: 汽车后视镜; 曲面拟合; 三角基线性拟合法; Matlab 仿真

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6510(2009)05-0054-03

Mathematical Modeling and Simulation of Rear-View Mirror Based on Triangle-Based Surface Fitting

WANG Ze, ZHANG Jun-xia, ZHANG Yun-yun

(College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

Abstract: A new method based on triangle-based linear curved surface fitting algorithm which focuses on the high smoothness of rear view mirror was established. The program of surface fitting using triangle-based linear was designed as well. The objective function was built based on the digital coordinates of measuring points. The normal vector of each point and the stochastic data point cloud were obtained through the rear view mirror surface digitization. Moreover, the Matlab simulations based on the triangular surface fitting and least squares method were compared. Results show that the triangle-based linear curved surface is smoother and could be used in rear-view mirror fitting. The geometrical parameters of the curved surface can be gained through the fitting algorithm to provide a basis for the rear view mirror design.

Keywords: automobile rear-view mirror; curved surface fitting; triangle-based linear fitting; Matlab simulation

汽车视野在汽车主动安全中占有重要地位, 是车身总布置设计过程中的一个重要环节. 目前, 市场上的汽车外置后视镜均有不同程度的视野不足, 有盲区(俗称死角)的存在. 如果后视镜有盲区和图像变形, 必定会给安全驾驶带来隐患. 因此, 汽车外置后视镜的设计对提高车辆的安全性具有重大意义, 汽车外后视镜的理论建模也显得尤为重要^[1].

近来随着汽车的普及, 后视镜的市场也有巨大的潜力, 在这种情况下出现了许多新型后视镜的设计, 后视镜的理论建模也显得尤为重要. 目前, 很多学者对后视镜的理论建模进行了研究, 通常采用最小二乘

法曲面拟合后视镜的方法^[2], 明确提出了曲面拟合后视镜的重要性. 虽然最小二乘法应用广泛, 是曲面拟合的最基本算法, 但是这种方法计算量十分庞大, 对不易测到的部位, 如尖角、棱边、边界等的处理, 也缺乏研究, 需要较强的交互参与, 并且大多不能处理多视的拼合问题.

鉴于最小二乘法的缺点, 本文使用三角基线性拟合法 (Triangle-based linear fitting) 建立一种新的曲面拟合方法, 即三角基最佳平方逼近方法 (Triangle-based linear fitting). 与最小二乘法相比, 三角基线性拟合法有两个较大的改进^[3]: (1) 建立的拟合函数由

收稿日期: 2009-05-12; 修回日期: 2009-06-22

基金项目: 天津市高等学校科技发展基金计划项目 (2006ZD18)

作者简介: 王 泽 (1986—), 女, 山西晋城人, 硕士研究生; 通信作者: 张峻霞, 教授, zjx@tust.edu.cn.

系数向量构成, 系数向量是空间坐标的函数, 从而使拟合函数在不同位置有不同的形式, 精度更高. (2) 对大量的离散数据, 不需要进行分块拟合和平滑化, 某点处的数值只受影响区域内节点影响, 影响区域外的节点对取值没有影响, 因而具有紧支性.

1 曲面拟合后视镜流程

汽车后视镜反求建模是指根据后视镜表面数字化获得的数据点云转化为 CATIA 模型的过程. 汽车外后视镜表面主要是由平面和二次曲面片构成^[4], 因此汽车后视镜的反求建模是通过获得组成后视镜表面的各个简单解析表面参量, 然后建立起具有特征意义的数字模型, 并应用于 CATIA 模型的使用.

先对汽车后视镜进行视野测量, 得到汽车后视野的范围, 并得到汽车后视镜的设计标准. 然后对汽车后视镜进行分析, 拟合出汽车后视镜的曲面, 得到后视镜的更佳设计.

拟合后视镜面的流程为: 先将汽车外后视镜曲面网格化, 并对各个简单的表面参量进行解析, 然后通过曲面拟合算法对网格点上的节点值进行拟合, 最后连接网格节点形成拟合曲面.

2 三角基线性拟合法

2.1 基本原理

经过测量可以得到一组离散数据点 $\{X_i, Y_i, Z_i\}$, $i=1, 2, \dots, m$, 这里 X_i, Y_i, Z_i 为坐标值. 由于这些数据点并非完全精确, 而且函数 $Z=f(x, y)$ 的表达式预先无法知道, 需要在给定的函数类上根据这些离散数据作出逼近曲面.

离散傅里叶级数定理^[5]给出了对数据点集 $\{X_i, Y_i\}_{i=0}^n$ 进行曲线拟合的三角多项式.

在拟合区域的一个局部子域上, 设 $f(x)$ 是随机数据点函数, 在区间 D 上的 n 等分点和区间端点 $X_i = -\pi + \frac{2i\pi}{n}$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$) 处 $Y_i = f(X_i)$, 且 $2m < n$, 则存在具有如下形式的级数^[4]:

$$T_m(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \quad (1)$$

该级数的三角多项式 $T_m(x)$ 使得均方误差 $R_m(x)$ 最小.

$$R_m(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [f(x_j) - T_m(x_j)]^2 \quad (2)$$

其中三角多项式 $T_m(x_j)$ 的系数计算公式为

$$a_j = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \cos jx_k \quad (j=0, 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

$$b_j = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \sin jx_k \quad (j=0, 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

数据点 (X_i, Y_i) 是离散、无序的, 所谓拟合是指在区域 $D=[X_1, X_m] \times [Y_1, Y_n]$ 上, 构造与被插值函数 $z=f(x, y)$ 上的随机数据点 (X_i, Y_i, Z_i) ($i=1, 2, \dots, n$) 最接近的较简单函数 $P(x, y)$, 使得简单函数 $P(x, y)$ 最佳逼近被插值函数 $z=f(x, y)$, 这是随机数据点曲面拟合的主要任务.

2.2 三角基线性拟合后视镜曲面模型

实际测量后视镜, 测量区域为 $\Omega: \{x_1 \leq x \leq x_m, y_1 \leq y \leq y_n\}$, 在测量区域上选取 $m \times n$ 个点, $x_i = x_{i-1} + \frac{x_m - x_1}{m}$, $y_j = y_{j-1} + \frac{y_n - y_1}{n}$, i 和 j 的取值范围为 $\{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$. 根据三角基线性拟合法, 对二次曲面进行网格化, 得到网点的模型为

$$z = f(x, y) = (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) \times (b_0 + b_1y + b_2y^2 + b_3y^3) \\ (a_i, b_j \text{ 为系数}, i, j=0, 1, 2, 3)$$

实际计算时为防止溢出, x_i, y_j 分别为

$$\begin{cases} x'_i = x_i - \bar{x} \\ y'_j = y_j - \bar{y} \end{cases}$$

式中: $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j$. 此时拟合多项式为

$$f(x, y) = [a_0 + a_1(x - \bar{x}) + a_2(x - \bar{x})^2 + a_3(x - \bar{x})^3] \cdot [b_0 + b_1(y - \bar{y}) + b_2(y - \bar{y})^2 + b_3(y - \bar{y})^3]$$

3 仿真实验

为验证本文方法的有效性, 对某后视镜进行了拟合. 网格化的测量区域 Ω 选为 $\{10 \leq x \leq 250, 6.5 \leq y \leq 246.5\}$, 在其测量区域上选取 50×50 个点, 则得到后视镜的拟合方程为

$$f(x, y) = 47.582 - \sqrt{1281.61 + 0.052855 \times (x - \bar{x})^2 + 0.088453 \times (y - \bar{y})^2}$$

3.1 仿真算法

通过数值仿真可以直观的看到后视镜的曲面拟合情况. 用三角基线性拟合法和 Matlab 网格化坐标法^[6]对后视镜进行仿真曲面拟合, 代入式 (2) 中计算得到最小误差的拟合结果, 其 Matlab 程序如下:

```
x = rand(50, 1);
y = rand(50, 1); %生成 50 个一元均匀分布随机数 x 和 y.
```

$X=10+(250-10)*x$; %利用 x 生成的随机变量.

$Y=6.5+(246.5-6.5)*y$; %利用 y 生成的随机变量.

$\text{meanx}=\text{sum}(x)/\text{length}(x)$;

$\text{meany}=\text{sum}(y)/\text{length}(y)$;

$z=47.582-\text{sqrt}[1\ 281.61+0.052\ 855*(x-\text{meanx})^2+0.088\ 453*(y-\text{meany})^2]$; %在每个随机点 (x,y) 处计算 z 的值.

$X1=10:5:250$;

$Y1=6.5:5:246.5$;

$[X1,Y1]=\text{meshgrid}(x,y)$; %将坐标 $(X1,Y1)$ 网格化.

$Z1=\text{griddata}(X,Y,Z,X1,X1,\text{'linear'})$; %计算在每个插值点处的插值.

$\text{Mesh}(X1,Y1,Z1)$; %做二元拟合图形.

$\text{xlabel}(\text{'x'}), \text{ylabel}(\text{'y'}), \text{zlabel}(\text{'z'})$,

$\text{Title}(\text{'用三角基线性拟合法拟合函数 } z=47.582-\text{sqrt}[1\ 281.61+0.052\ 855*(x-\text{meanx})^2+0.088\ 453*(y-\text{meany})^2] \text{ 的曲面和节点的图形'})$ % $\text{legend}(\text{'拟合曲面'}, \text{'节点}(xi,yi,zi)')$

Hold on

$\text{Plot3}(X,Y,Z,\text{'bo'})$

Hold of

3.2 仿真结果

采用三角基线性拟合法对后视镜仿真曲面拟合后,结果如图1所示.可以看到拟合之后后视镜图形拟合曲面的峰和谷的个数不随节点值变化,凹凸性相对稳定,比用最小二乘法拟合的曲面(图2)相对光滑.

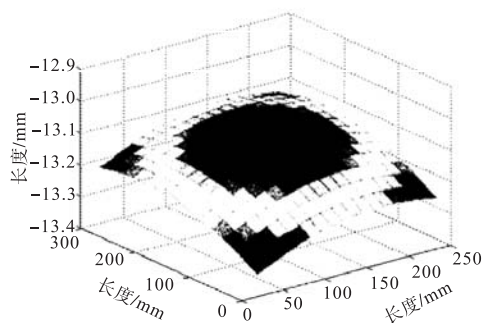


图1 三角基线性拟合结果

Fig.1 Result of triangle-based surface fitting

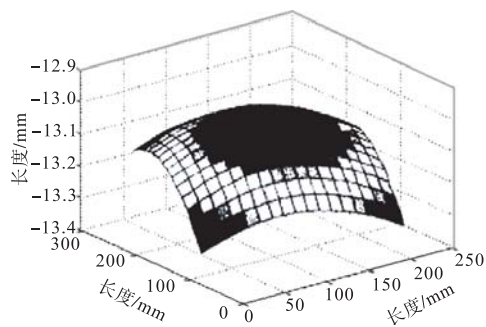


图2 最小二乘法拟合结果

Fig.2 Fitting result of least-square method

4 结 语

本文根据后视镜表面呈现的几何规律和分步计算策略,提出了一种实用的拟合后视镜方法,即采用基于三角基线性分布计算法的曲面拟合技术拟合后视镜,并给出了曲面拟合后视镜流程和仿真算法.最后,进行了仿真实验.

利用来源于 CATIA 模型的表面离散数据点进行的 Matlab 仿真实验表明,拟合计算的结果理想,该方法比最小二乘法更加接近实际,具有一定的实用价值.但是还存在一些缺陷,相对最小二乘法,本文方法计算复杂,然而相对其优越性来说是可以接受的.

参考文献:

- [1] 鲁照权. 汽车驻车辅助系统的设计[D]. 合肥:合肥工业大学,2007.
- [2] 周国强,王卫华. 基于 MEP 算法的复杂曲面数学建模与数值仿真[D]. 武汉:武汉理工大学,2007.
- [3] 任玉杰. 数值分析及其 MATLAB 实现[M]. 高等教育出版社,2007:512-527.
- [4] 田怀文,郭仕章. 反求建模中常见二次曲面拟合方法[J]. 西安交通大学学报,2007(10):553-557.
- [5] 李庆扬,王能超,易大义. 数值分析[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1999:97-105.
- [6] 陈泰. 基于 CATIA V5 的汽车内部件协同设计中的曲面建模[J]. 贵州工业大学学报:自然科学版,2008(5):105-107.