



滞后过程 PI 控制器性能设计图解法

金 晶, 王德进

(天津科技大学电子信息与自动化学院 天津 300222)

摘要: 针对带滞后因子的一阶惯性环节, 基于一种时滞系统图解稳定性准则, 讨论了 PI 控制器参数稳定域的确定, 并将该思想推广应用于相角裕度和幅值裕度的设计. 根据图解稳定性准则给出了时滞系统稳定的充分必要条件, 所得结果没有任何保守性. 可以在参数空间直接绘制 PI 控制器的稳定参数边界曲线、相角裕度和幅值裕度曲线, 避免了复杂的数学计算. 给出了确定参数稳定域、相角裕度和幅值裕度的具体算法. 仿真算例说明了本文方法的灵活性和实用性.

关键词: PI 控制器; 一阶滞后过程; 参数稳定域; 相角裕度; 幅值裕度

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6510(2009)01-0054-04

Graphical Approach to Performance Design of PI Controllers for Dead-Time Processes

JIN Jing, WANG De-jin

(College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

Abstract: Based on a graphical stability criterion in parameter space, the stabilizing region of PI parameters was discussed for first-order processes with dead-time, and this kind of design method was extended to the case of achieving the given phase and gain margins. The graphical stability criterion releases a necessary and sufficient stability condition for dead-time processes, and the obtained results have no conservatism. The boundary curves of stabilizing region and the phase and gain margin curves could be drawn directly in parameter space, need not to be calculated mathematically. The practical algorithms for determining the stabilizing region and the phase and gain margins were given. Simulation examples show the flexibility and applicability of the design procedure.

Keywords: PI controller; first-order processes with dead-time; parameter stabilizing region; phase margin; gain margin

工业过程控制领域存在着大量时滞现象, 如化学工业中的发酵过程、造纸过程、加热炉的传热过程等. 时滞的存在往往导致系统的不稳定和性能指标的退化^[1], 所以, 针对时滞过程的控制算法研究具有很大实际意义.

适用于时滞过程的先进控制算法层出不穷, 如动态矩阵控制、广义预测控制、模糊预测控制等^[2]. 但是, 在这些算法中, 有的对过程模型有一定要求, 有的因为复杂性和参数整定方面的原因, 在实际中并没有得到广泛的应用. PID 控制算法由于简单实用, 易于

实现, 适用范围广, 鲁棒性好, 在工业过程中获得了广泛的应用^[3]. 据统计, 目前工业控制器中约有 90% 仍是 PID 控制器, PID 控制器的设计及其参数整定一直是控制领域所关注的问题^[2-3]. 在实际应用中, 参数整定往往基于经验法, 如对带滞后的一阶惯性环节的 Ziegler-Nichols 方法等^[4]. 近年来, 针对时滞系统, 确定 PID 控制器的参数稳定域正成为研究的热点^[5-8]. 参数稳定域的确定为 PID 控制器参数整定提供了一种新的途径. 已知参数稳定域, 可以进一步在稳定域内确定满足某种系统性能要求的参数值, 实现

收稿日期: 2008-08-22; 修回日期: 2008-09-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874028)

作者简介: 金 晶(1984—), 女, 福建宁德人, 硕士研究生.

PID 控制器参数的最佳整定. 需要指出的是对一阶滞后惯性环节, 采用 PI 控制就足以取得较好的控制效果^[9].

本文研究了在工业现场常见的一阶滞后惯性环节的 PI 参数稳定域的确定和相角裕度、幅值裕度的设计, 将文献[6-7]中所述的确定 PID 控制器参数稳定域的图解法推广应用于 PI 控制器的相角裕度、幅值裕度的设计问题.

1 图解稳定性准则

考虑图 1 所示 SISO 单位反馈控制系统, $r(t)$ 为参考输入信号, $y(t)$ 为输出信号, $G(s)$ 为被控对象传递函数, $C(s)$ 为控制器传递函数.

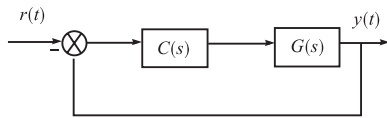


图 1 单位反馈系统

Fig.1 Units feedback system

本文假设被控对象 $G(s)$ 为带滞后因子的一阶惯性环节

$$G(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-Ls} \quad (1)$$

式中: $k > 0$ 为稳态增益; $L > 0$ 为滞后时间; T 为惯性环节时间常数. 控制器 $C(s)$ 取 PI 形式.

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (2)$$

设计的目标就是确定 PI 控制器的参数集合 (k_p, k_i) , 使得图 1 所示闭环系统稳定.

首先, 求得系统的闭环特征多项式为

$$\Delta(s) = (1+Ts)s + k(k_i + k_p s)e^{-Ls}$$

各项同时乘以 e^{Ls} , 得

$$\Delta^*(s) = (1+Ts)se^{Ls} + k(k_i + k_p s) \quad (3)$$

令 $s = j\omega$, 得到

$$\Delta^*(j\omega) = (1+jT\omega)j\omega e^{jL\omega} + k(k_i + jk_p\omega) \quad (4)$$

将 $\Delta^*(j\omega)$ 分解为实部和虚部, 有

$$\Delta^*(j\omega) = \delta_r(\omega) + j\delta_i(\omega)$$

其中

$$\begin{cases} \delta_r(\omega) = -\omega \sin(L\omega) - T\omega^2 \cos(L\omega) + kk_i \\ \delta_i(\omega) = \omega \cos(L\omega) - T\omega^2 \sin(L\omega) + kk_p\omega \end{cases} \quad (5)$$

由式 (5) 可以看到, δ_r 与 δ_i 依赖于参数 k_p, k_i, ω , 将其记为

$$\begin{cases} \delta_r = \delta_r(k_p, k_i, \omega) \\ \delta_i = \delta_i(k_p, k_i, \omega) \end{cases}$$

基于以上表达式, 可以在参数空间 (k_p, k_i) 研究闭环特征多项式 (3) 的稳定性. 具体方法如下: 选择参数 (k_p, k_i, ω) , 使闭环极点在虚轴上, 有

$$\begin{cases} \delta_r = \delta_r(k_p^0, k_i^0, \omega) = 0 \\ \delta_i = \delta_i(k_p^0, k_i^0, \omega) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

即闭环系统在虚轴上存在一个根. 由隐函数存在定理可知, 如果雅可比矩阵

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta_r}{\partial k_p} & \frac{\partial \delta_r}{\partial k_i} \\ \frac{\partial \delta_i}{\partial k_p} & \frac{\partial \delta_i}{\partial k_i} \end{bmatrix}_{(k_p^0, k_i^0, \omega)} \quad (7)$$

非奇异, 则由方程组 (6) 可解得局部唯一连续解曲线 $(k_p(\omega), k_i(\omega))$. 进一步, 命题 1 成立.

命题 1^[10]

沿 ω 增加的方向, 当 $\det J < 0$ 时, 参数曲线 $(k_p(\omega), k_i(\omega))$ 右侧的参数空间为稳定的参数区域; 而当 $\det J > 0$ 时, 左侧为稳定的参数区域. 其中 J 为式 (7) 定义的雅可比矩阵.

该命题给出了在参数空间研究系统稳定性的一个充分必要条件. 所得结果没有任何保守性.

2 参数稳定域

首先, 注意到闭环系统稳定的一个基本要求是, 当无时滞时闭环系统应是稳定的. 当 $L=0$ 时, 由式 (3) 可知, 闭环特征方程为

$$\Delta^*(s) = (1+Ts)s + k(k_i + k_p s)$$

有如下两种情况:

(1) 开环稳定对象. 此时 $T > 0$. 由 Routh 判据, 闭环系统稳定的充分必要条件为

$$\begin{cases} k_i > 0 \\ k_p > -\frac{1}{k} \end{cases} \quad (8)$$

(2) 开环不稳定对象. 此时 $T < 0$. 闭环系统稳定的充分必要条件为

$$\begin{cases} k_i < 0 \\ k_p < -\frac{1}{k} \end{cases} \quad (9)$$

其次, 由式 (5), 以 ω 为参变量, 解得

$$\begin{cases} k_p = \frac{-\omega \cos(L\omega) + \omega^2 T \sin(L\omega)}{k\omega} \\ k_i = \frac{\omega^2 T \cos(L\omega) + \omega \sin(L\omega)}{k} \end{cases} \quad (10)$$

当 $\omega=0$ 时, 相应参数曲线 $(k_p(\omega), k_i(\omega))$ 的起点为 $(k_p, k_i) = (-\frac{1}{k}, 0)$.

另一方面, 由式(5)和式(7), 可得

$$\det J = -k^2 \omega < 0, \omega > 0 \quad (11)$$

综上, 可提出如下确定 PI 控制器参数稳定域的算法:

算法 1 确定 PI 控制器参数稳定域.

(1) 根据稳态误差的要求选取 k . 选取适当的 ω , 利用式(10)在参数空间 (k_p, k_i) 绘制参数曲线 $(k_p(\omega), k_i(\omega))$;

(2) 利用命题 1, 结合式(11), 判定参数曲线的哪一侧为参数稳定区域;

(3) 考虑到式(8)或式(9)的约束, 最终确定参数稳定域.

3 相角裕度和幅值裕度

在得出参数稳定域的基础上, 给定一个相角裕度 ϕ_m 或一个幅值裕度 h , 研究在参数稳定域内确定满足 ϕ_m 或 h 的参数值. 具体求解的方法如下:

由相角裕度和幅值裕度的定义, 有

$$\frac{k(jk_p \omega_c + k_i) e^{-jL\omega_c}}{j\omega_c(1+jT\omega_c)} = -e^{j\phi_m} \quad (12)$$

和

$$\frac{k(jk_p \omega_g + k_i) e^{-jL\omega_g}}{j\omega_g(1+jT\omega_g)} = -\frac{1}{h} \quad (13)$$

式中: ω_g 为相角穿越频率; ω_c 为幅值穿越频率. 定义如下两个复变函数

$$\begin{cases} F_\phi(\omega) = \frac{k(jk_p \omega + k_i) e^{-jL\omega}}{j\omega(1+jT\omega)} + e^{j\phi_m} = 0 \\ F_h(\omega) = \frac{k(jk_p \omega + k_i) e^{-jL\omega}}{j\omega(1+jT\omega)} + \frac{1}{h} = 0 \end{cases}$$

可得

$$k(k_1 + jk_p \omega_c) + j\omega_c(1+jT\omega_c) e^{j(L\omega_c + \phi_m)} = 0 \quad (14)$$

$$hk(k_1 + jk_p \omega_g) + j\omega_g(1+jT\omega_g) e^{jL\omega_g} = 0 \quad (15)$$

比较式(4)和式(14)以及式(4)和式(15), 差别仅在于式(14)中的因子 ϕ_m 以及式(15)中的因子 h . 因此, 类似于式(10)的推导, 对相角裕度的情形有

$$\begin{cases} k_{p1} = \frac{-\omega \cos(L\omega + \phi_m) + \omega^2 T \sin(L\omega + \phi_m)}{k\omega} \\ k_{i1} = \frac{\omega^2 T \cos(L\omega + \phi_m) + \omega \sin(L\omega + \phi_m)}{k} \end{cases} \quad (16)$$

而对幅值裕度的情形有

$$\begin{cases} k_{p2} = \frac{-\omega \cos(L\omega) + \omega^2 T \sin(L\omega)}{hk\omega} \\ k_{i2} = \frac{\omega^2 T \cos(L\omega) + \omega \sin(L\omega)}{hk} \end{cases} \quad (17)$$

两种情形下, 均有 $\det J < 0$.

综合上面的讨论, 可给出确定相角裕度和幅值裕度的算法:

算法 2 确定相角裕度和幅值裕度.

(1) 给定期望的相角裕度 ϕ_m (或幅值裕度 h);

(2) 对足够大的 ω , 利用式(16) (或式(17)), 绘制相角裕度曲线 (或幅值裕度曲线);

(3) 在由算法 1 给定的参数稳定域内, 沿着相角裕度曲线 (或幅值裕度曲线), 根据闭环带宽的要求选定 ω 值, 确定 PI 控制器参数.

如果要同时满足相角裕度和幅值裕度的要求, 可将两条曲线画在同一张图上, 其交点即为所求.

4 仿真算例

例 1 开环稳定情形 ($T > 0$).

取 $T = 0.2, L = 0.2, k = 1$. 按算法 1 确定稳定域, 在 (k_p, k_i) 平面上, 稳定边界线的起点为 $(-\frac{1}{k}, 0) = (-1, 0)$. 随 ω 的增加, 由于式(11)给出的 $\det J < 0$, 根据命题 1, 曲线的右侧为稳定的参数区. 再结合式(8)给出的约束, 最终确定的参数稳定区域如图 2 阴影部分所示.

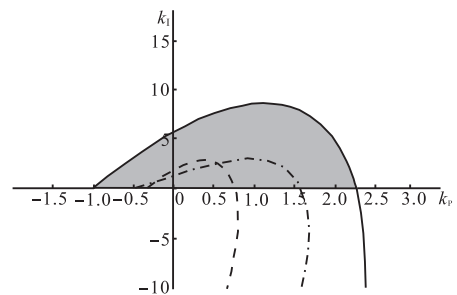


图 2 参数稳定域及稳定裕度曲线

Fig.2 Parameter stabilizing region and the margin curves

给定 $\phi_m = 60^\circ$, 按算法 2 绘制相应相角裕度曲线, 如图 2 中点划线所示. 曲线的右侧为满足 $\phi_m > 60^\circ$ 的参数区域. 给定 $h = 3$, 按算法 2 绘制相应幅值裕度曲线, 如图 2 中虚线所示. 曲线的右侧为满足 $h > 3$ 的参数区域. 两条裕度曲线的交点约为 $(k_p, k_i) = (0.5, 2.6)$. 此时的单位阶跃响应如图 3 中曲线 1 所示. 如果想进一步减小超调量, 可在幅值裕度曲线和相角裕

度曲线的相交区域中取一点 $(k_p, k_i) = (0.5, 2.3)$, 其阶跃响应如图 3 中曲线 2 所示. 如果想进一步加快响应的速度, 可在相角裕度曲线上取对应较大 ω 的一点 $(k_p, k_i) = (0.6, 2.5)$, 相应的阶跃响应如图 3 中曲线 3 所示.

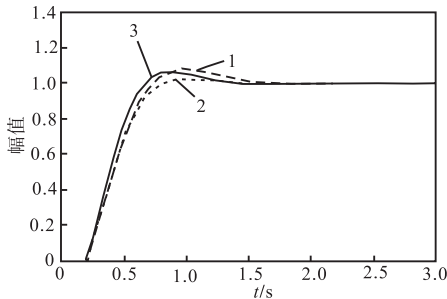


图 3 单位阶跃响应
Fig.3 Units step response

例 2 开环不稳定情形 ($T < 0$).

选取 $T = -3, l = 0.2, k = 1$. 给定 $\phi_m = 60^\circ$ 和 $h = 3$. 采用与例 1 同样的方法与步骤, 可以绘制出相应的参数稳定区域, 以及幅值裕度曲线和相角裕度曲线, 如图 4 所示. 图中阴影部分为参数稳定域, 实线为参数稳定域边界, 虚线为幅值裕度曲线, 点划线为相角裕度曲线. 两区域的交点约为 $(k_p, k_i) = (-7, -6.5)$, 阶跃响应如图 5 所示.

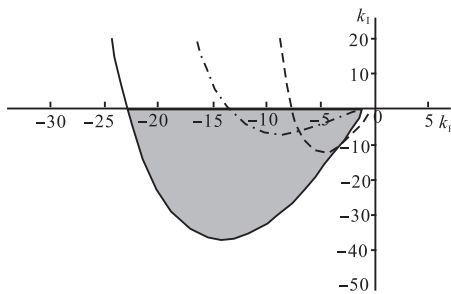


图 4 不稳定对象的参数稳定域
Fig.4 Parameter stabilizing region of unstable objects

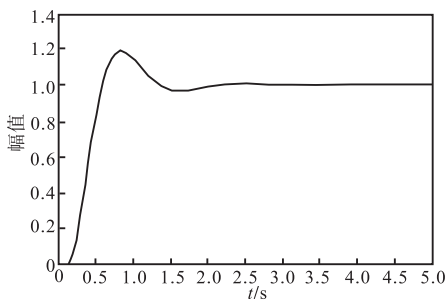


图 5 不稳定对象的阶跃响应
Fig.5 Step response of unstable objects

从以上两个设计实例可以看出, 本文的设计方法给出了完整的 PI 控制器的参数稳定域和满足给定的相角裕度和幅值裕度的参数区域. 实际设计时, 可根据性能的要求, 灵活地选取控制器的参数.

5 结 语

本文研究了一种绘制和确定一阶滞后惯性环节 PI 参数稳定域和相角裕度、幅值裕度的新方法. 该方法的特点在于无需复杂的数学计算, 直接在参数空间绘制并确定相应的参数曲线, 给出了完整的参数稳定域和所有满足相角裕度和幅值裕度的参数区域, 为 PI 控制器的参数整定提供了一种有效和灵活的方法. 从具体的推导过程可以看出, 该方法可应用于任意有滞后或无滞后的被控对象, 具有一定的普遍性和工程意义.

参考文献:

- [1] Hale J K, Verduyn Lunel S M. Introduction to Functional Differential Equations[M]. New York:Springer-Verlag, 1993.
- [2] Caplan P. Cataloging internet resources[J]. The Public Access Computer Systems Review, 1993, 4(2):61-66.
- [3] Astrom K, Hagglund T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning[M]. Research Triangle Park, NC:Instrument Society of American, 1995.
- [4] Ziegler J G, Nichols N B. Optimum setting for automatic controller [J]. Trans on ASME, 1942, 64(11):759-768.
- [5] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. New results on the synthesis of PID controllers[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2002, 47(2):241-251.
- [6] Wang D J. Further results on the synthesis of PID controllers[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2007, 52(6):1127-1132.
- [7] 王德进. 一种确定 PID 参数稳定域的图解法[J]. 控制与决策, 2007, 22(6):663-666.
- [8] 欧琳琳, 张卫东, 顾诞英. 一类时滞对象的 PID 控制器参数稳定域计算[J]. 控制与决策, 2006, 21(9):1020-1023.
- [9] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. PID Controllers for Time Delay Systems [M]. Boston:Birkhauser, 2005.
- [10] Diekmann O, Van Gils S A, Verduyn Lunel S M, et al. Delay Equations: Functional-, Complex- and Nonlinear Analysis [M]. New York:Springer-Verlag, 1995.