



猫追老鼠的 Simulink 动画仿真

谢中华

(天津科技大学理学院, 天津 300457)

摘要: 对于数学建模中经典的猫追老鼠问题,建立了该问题的微分方程模型,在此基础上构建了相应的 Simulink 模型,然后在 Matlab 软件的 Simulink 环境下进行仿真,给出了微分方程的数值解. 在仿真过程中,通过编写 S 函数的方式,用动画模拟了猫追老鼠的全过程.

关键词: 微分方程; Matlab; Simulink; 数学建模

中图分类号: TP391.9

文献标志码: A

文章编号: 1672-6510(2010)05-0057-03

Animated Simulation for the Problem of Cat Chased Mouse Based on Simulink Model

XIE Zhong-hua

(College of Science, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300457, China)

Abstract: Differential equation model of mathematical modeling problem that cat chased mouse was builded up. Corresponding Simulink model was founded on this base. Then this differential equation model was simulated under the Simulink environment of Matlab. And its numerical solution was obtained. The animated simulation was made for the whole process of the cat chased the mouse by using S function.

Keywords: differential equation; Matlab; Simulink; mathematical modeling

Simulink^[1-3]是 MathWorks 公司于 1990 年推出的产品,是 Matlab 中的一种可视化仿真工具,是一种基于 Matlab 的框图设计环境,是实现动态系统建模、仿真和分析的一个软件包,被广泛应用于线性系统、非线性系统、数字控制及数字信号处理的建模和仿真中. 采用 Simulink 动画仿真的方法在微分方程模型的求解中有着非常广泛的应用^[4-5].

数学建模中有一个经典的问题:猫追老鼠问题(或海上缉私问题^[6]). 为了更加形象,可以从猫追老鼠的角度来描述这个问题. 一只猫凭着敏锐的视觉发现其正东方向 c 米处有一只老鼠,该老鼠正沿着墙根以 b 米每秒的速度向正北方向奔跑,猫立即以最大速度 a 米每秒前往追捕. 在猫追捕老鼠的过程中,其前进的速度方向始终保持指向老鼠.

本文首先建立此问题的微分方程模型,然后通过

Simulink 仿真的方式求解此模型,并用动画模拟猫追老鼠的全过程.

1 建立数学模型

如图 1 所示,以猫的初始位置为原点,以猫和老鼠的初值位置的连线为 x 轴建立平面直角坐标系. 设任意 t 时刻猫所在位置的坐标为 (x, y) , 此时老鼠所在位置的坐标为 (c, bt) . 由于猫前进的速度方向始终保持指向老鼠,设 t 时刻猫的前进方向与 x 轴的夹角为 θ , 则

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} = a \sin \theta \end{cases}$$

收稿日期: 2010-04-08; 修回日期: 2010-07-05

基金项目: 天津市应用基础及前沿技术研究计划重点资助项目 (08JCZDJ15000)

作者简介: 谢中华 (1978—), 男, 河南人, 讲师, xiezhh@tust.edu.cn.

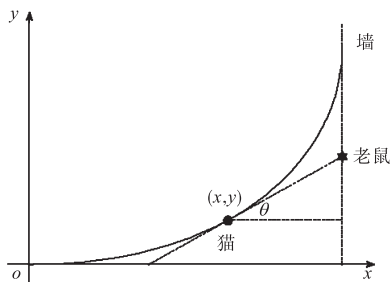


图1 猫追老鼠示意图

Fig.1 Schematic diagram of cat chased mouse

由几何关系可知

$$\cos \theta = \frac{c-x}{\sqrt{(c-x)^2+(bt-y)^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{bt-y}{\sqrt{(c-x)^2+(bt-y)^2}}$$

从而得到此问题的微分方程模型如下:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{a(c-x)}{\sqrt{(c-x)^2+(bt-y)^2}} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{a(bt-y)}{\sqrt{(c-x)^2+(bt-y)^2}} \end{cases} \quad (1)$$

2 建立 Simulink 模型

Simulink 可用于求解式(1)的微分方程组模型。在 Matlab 的 Simulink 环境下把求解微分方程组所用的模块用线条连接起来,建立式(1)的 Simulink 模型,如图2所示。

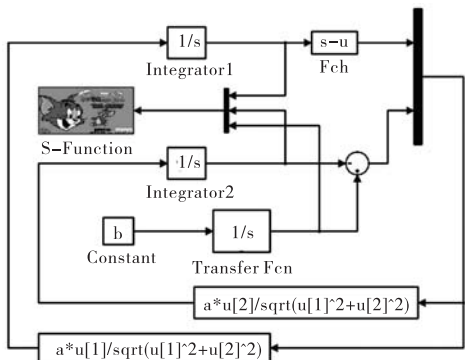


图2 猫追老鼠的 Simulink 模型

Fig.2 Simulink model for the problem of cat chased mouse

在图2中,Integrator1 和 Integrator2 是积分器模块。将式(1)的第一个方程的右端项作为积分器模块 Integrator1 的输入端信号,这样该积分器模块的输出端信号就是 t 时刻猫所在位置的横坐标 $x(t)$ 。同样的,将式(1)的第二个方程的右端项作为积分器模块 Integrator2 的输入端信号,由该积分器模块的输出端

可得 t 时刻猫所在位置的纵坐标 $y(t)$ 。积分器模块 Integrator1 的输出信号 $x(t)$ 经过函数模块 $c-u$ 的作用得到信号 $c-x$ 。常数 b 经过传递函数(Transfer Fcn)模块得到时间序列信号 bt 。积分器模块 Integrator2 的输出信号 $y(t)$ 与时间序列信号 bt 经过求和模块得到信号 $bt-y$ 。把 $c-x$ 和 $bt-y$ 分别作为混路器模块的两个输入端信号,其输出端信号为混路后的向量信号,该向量信号再经过两个函数模块,分别得到式(1)中两个方程的右端项,然后再把这两个右端项分别作为积分器模块 Integrator1 和 Integrator2 的输入端信号,从而构成一个完整的回路。

建立 Simulink 模型之后,还要设置模型的参数,例如仿真起始时间、终止时间、迭代步长、模型求解算法等。这些参数均可通过界面操作完成,这里不再详述。

3 编写 S 函数

为了实现动画模拟猫追老鼠的全过程,在图2所示的 Simulink 模型中加入 S 函数模块^[5]。S 函数是系统函数(System Function)的简称,是指采用非图形化的方式(即计算机语言,区别于 Simulink 的系统模块)描述的一个功能块。通常可以采用 Matlab 代码, C, C++, Fortran 或 Ada 等语言编写 S 函数。S 函数由特定的语法构成,用来描述并实现连续系统、离散系统以及复合系统等动态系统;S 函数能够接受来自 Simulink 求解器的相关信息,并对求解器发出的命令作出适当的响应,这种交互作用非常类似于 Simulink 系统模块与求解器的交互作用。一个结构体系完整的 S 函数包含了描述动态系统所需的全部能力,所有其他的使用情况都是这个结构体系的特例。

对于图2所示的 Simulink 模型,S 函数模块是整个模型的核心。S 函数模块的参数设置窗口如图3所示。

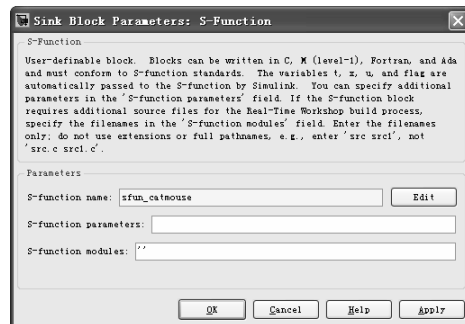


图3 S 函数模块的参数设置窗口

Fig.3 Parameters setting window of the S function block

在 S 函数模块的参数设置窗口中,可以指定 S 函数模块所对应的 S 函数及其参数. 这里指定 S 函数的函数名为 `sfun_catmouse`,其流程图如图 4 所示.

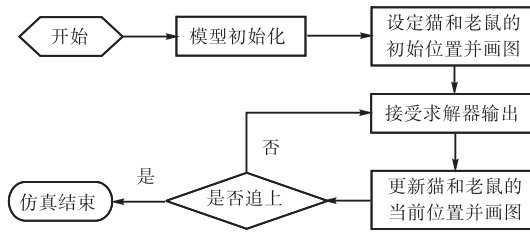


图 4 S 函数流程图

Fig.4 Flow diagram of S function

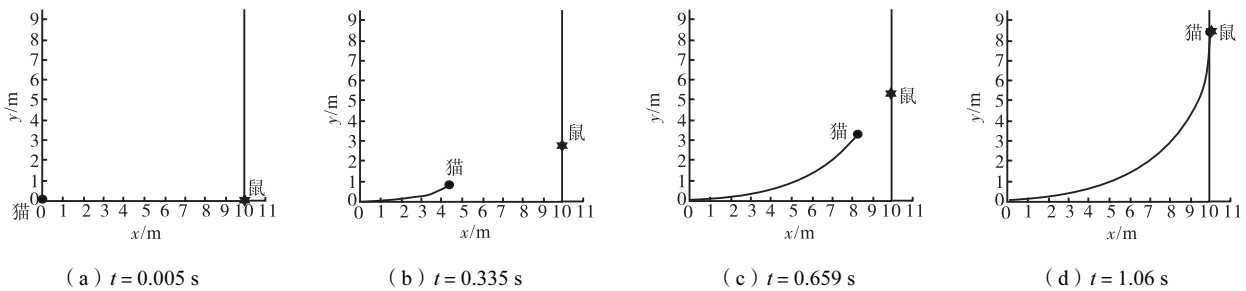


图 5 动画截图

Fig.5 Screenshots of animation

5 结论

本研究建立了猫追老鼠的微分方程模型,在 Matlab 软件的 Simulink 环境下构建了此微分方程模型所对应的 Simulink 模型,并进行了动画仿真. 相对于微分方程组的其他数值解法,利用 Simulink 模型进行仿真求解具有快速、准确和直观的优点,并且仿真的过程是实时的、可控的.

参考文献:

[1] Richard Colgren. Basic MATLAB, Simulink and Stateflow [M]. Menlo Park, California, USA: AIAA, 2007.

4 模型求解与实时仿真

建立式(1)的 Simulink 模型之后,就可进行模型的求解和实时仿真了. 模型中涉及 3 个参数:猫的速度 a 、老鼠的速度 b 、猫与老鼠的初始距离 c . 假定 $a = 14 \text{ m/s}$, $b = 8 \text{ m/s}$, $c = 10 \text{ m}$. 在 Matlab 的 Simulink 环境下对图 2 所示的 Simulink 模型进行仿真,即可求得任意时刻 t 猫和老鼠所在位置的坐标. 以动画形式对猫追老鼠的过程进行仿真,仿真过程的部分画面如图 5 所示. 图 5(d) 给出了猫追老鼠的行走轨迹,在假定条件下,猫用时 1.06 s 成功追上了老鼠.

[2] 罗贵. 基于 MATLAB6.5 的 500 kV 变电站 500 kV 部分故障模拟及分析[J]. 中国科技博览, 2009(33): 138-139.

[3] 王玥, 王小旭, 吴石雨, 等. 基于 Simulink-M 文件混合编程方法的飞行器推力方案优化[J]. 北京理工大学学报, 2009, 29(10): 847-849.

[4] 张江霞. 利用 MATLAB 求解微分方程的方法探索[J]. 机械管理开发, 2008, 23(6): 48-49.

[5] 薛定宇, 陈阳泉. 基于 MATLAB/Simulink 的系统仿真技术与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 252-267, 350-366.

[6] 姜启源, 邢文训, 谢金星, 等. 大学数学实验[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 68-78.