第25卷 第3期
2010年6月

天津科技大学学报
Journal of Tianjin University of Science & Technology

Vol.25 No. 3
Jun. 2010

基于联系数的直觉模糊多属性决策不确定分析与应用

王 霞，贾学龙
（天津科技大学理学院，天津 300457）

摘 要：由于已有直觉模糊多属性决策难以开展不确定性问题的分析,用集对分析中的二元联系数表示一个直觉模糊数,利用二元联系数的普通加、乘运算进行直觉模糊多属性决策,为直觉模糊多属性决策提供一种新的简便算法,且能借助对 i 的不同取值展开不确定性分析,实例应用表明该方法合理可行.

关键词：直觉模糊数；集对分析；二元联系数；多属性决策；不确定性分析
中图分类号：C934 **文献标志码**：A **文章编号**：1672-6510（2010）03-0075-04

Uncertain Analysis and Application of Intuitionistic Fuzzy Varied Property Decision Based on the Connection Number

WANG Xia，JIA Xue-long
（College of Science，Tianjin University of Science & Technology，Tianjin 300457，China）

Abstract：Since it is difficult to take uncertain analysis in previous intuitionistic fuzzy varied property decision，the intuitionistic fuzzy number was represented by binary connection number of set pair analysis. Furthermore，intuitionistic fuzzy varied property decision was taken by ordinary addition，multiplication operations of binary connection numbers. A new simple operation of intuitionistic fuzzy varied property decision was given. Uncertain analysis can be taken with the different value of *i*. The method is reasonable and practicable by the application in one real example.

Keywords：inuitionistic fuzzy；set pair analysis；binary connection number；varied property decision；uncertain analysis

保加利亚学者 Atanassov 于 1983 年提出了直觉模糊集的概念,模糊集的特点是能够同时考虑元素与给定集合的隶属度、非隶属度和犹豫度,从而能比 Zadeh 给出的经典模糊集更细致地刻画研究对象的模糊性[1-2].

1993 年,Gau 等[3]又提出 Vague 集的概念,但 Bustiuce 和 Burillo[4]于 1996 年指出,Vague 集实质上仍然是直觉模糊集. 1994 年 Chen 和 Tan[5]将 Vague 集应用于模糊多指标决策问题,2000 年 Hong 和 Choi[6]在 Chen 工作的基础上又提出精确函数应用于多目标决策. 国内学者徐泽水[7]、南江霞等[8]和黎华等[9]也先后把直觉模糊集用于多属性决策,但这些工作的一个明显不足是:忽略了对直觉模糊集中犹豫度所承载的不确定性分析, 使得在客观意义上具有不确定性的直觉模糊集多属性决策问题变成完全确定的决策问题,从而使决策结果失去了理论价值和实际意义.

本文考虑二元联系数与同异反联系数的等价性,把直觉模糊数直接转换成二元联系数,利用二元联系数的普通加、乘运算进行直觉模糊决策,利用二元联系数 i 的不同取值考察不确定性对直觉模糊决策的影响,并结合一个实例说明具体的计算过程,从而为直觉模糊多属性决策提供了一种新的简便算法.

1 直觉模糊数及其向二元联系数的转换

1.1 直觉模糊数

定义 1 设 X 是一个非空集合,界定形如

$$A=\{<x,u_A(x),v_A(x)>|x\in X\} \tag{1}$$

的三重(元)组称为 X 上的一个直觉模糊集,其中

收稿日期：2009-08-30；**修回日期**：2009-11-14
作者简介：王 霞（1964—），女，辽宁人，教授，wxia@tust.edu.cn.

$u_A: X \to [0,1]$，$v_A: X \to [0,1]$ 均为 X 上的普通模糊集，这里 $u_A(x)$，$v_A(x)$ 分别表示 X 上的元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度，并满足 $0 \leqslant u_A(x)+v_A(x) \leqslant 1$，$\forall x \in X$ 用 $IFS[X]$ 表示 X 上的所有直觉模糊集全体构成的集合.

进一步，称

$$\pi_A(x)=1-u_A(x)-v_A(x) \tag{2}$$

为 X 中元素 x 属于 A 的犹豫度，也称为直觉模糊集 A 的直觉指标[10].

易知，$0 \leqslant \pi_A(x) \leqslant 1, \forall x \in X$，特别地，若 $\pi_A(x)=0$，则直觉模糊集退化为 Zadeh 的模糊集. 称数对 $(u_A(x), v_A(x))$ $(x \in X)$ 为直觉模糊数[11]. 由文献[5]知，通常把直觉模糊数的一般形式简记为 $\alpha=\{u_\alpha, v_\alpha\}$，其中 $0 \leqslant u_\alpha+v_\alpha \leqslant 1$，并定义得分函数 $s(\alpha)=u_\alpha-v_\alpha$ 等.

1.2　直觉模糊数转换成二元联系数

由直觉模糊集的定义，把直觉模糊集 A 可以等价地写成

$$A'=\left\{<x, u_A(x), \pi_A(x)> \middle| x \in X\right\} \tag{3}$$

由于隶属度和非隶属度是对事物的肯定性与否定性的回答，具有确定性，犹豫度是对事物排除隶属度和非隶属度后的一种刻画，具有不确定性，将直觉模糊数的隶属度 $u_A(x)$ 与联系数的同一关系 a 相对应，犹豫度 $\pi_A(x)$ 与联系数的差异关系 b 相对应，直觉模糊数就转化为二元联系数. 即令 $u_A(x)=a$ 和 $\pi_A(x)=b$，则直觉模糊数 $(u_A(x), \pi_A(x))$ $(x \in X)$ 就可以写成二元联系数

$$\mu(x)=a+bi \tag{4}$$

称式(4)为直觉模糊数向集对分析的二元联系数的转换形式. 由式(4)看出，直觉模糊数中的隶属度与犹豫度的数值在转换前后没有改变，所不同的是，犹豫度 $\pi_A(x)$ 在转换后，按联系数的定义，被添置了一个不确定系数 i，而正是这个 i，把直觉模糊数与联系数 $\mu(x)$ 显著地区别开来；其次是在二元联系数中，原直觉模糊数中的隶属度 $u_A(x)$ 与犹豫度 $\pi_A(x)$ 用"+"系，成为一代数式，从而为后续的代数运算提供了客观条件.

2　多属性决策

2.1　问题描述

设共有 m 个方案 $s_1, s_2, \cdots, s_m$ 待决策，每个方案各有 n 个相同的考核指标 $G_1, G_2, \cdots, G_n$，每个方案的属性值用直觉模糊数 $\alpha_{tk}=(u_{tk}, v_{tk})$ 表示，其中 $u_{tk} \in [0,1]$，$v_{tk} \in [0,1]$，且 $0 \leqslant u_{tk}+v_{tk} \leqslant 1$, $t=1,2,\cdots,m$, $k=1,2,\cdots,n$. 已知各指标权重为 $w_1, w_2, \cdots, w_n, \sum_{k=1}^{n} w_k=1, w_k \in [0,1]$，并约定：各指标的属性及属性值经规范化处理为越大越好的效益型属性和无量纲的属性值 α_k，要求在 m 个方案中决出最优方案和作出优劣排序.

2.2　决策步骤

步骤 1：把所给的各指标的直觉模糊数 $\alpha_{tk}=(u_{tk}, v_{tk})$ 改写成 $\alpha'_{tk}=(u_{tk}, \pi_{tk})$，特别，当各指标权重 w_k 是用非定量信息表示时，用文献[12]的方法，将各 w_k 也改写成二元联系数 μ_{wk} 的形式.

步骤 2：利用式(4)把各 α'_{tk} 转化成二元联系数 $\mu_{tk}(x)=a_{tk}+b_{tk}i$.

步骤 3：建立综合加权模型

$$s_t=\sum_{k=1}^{n} w_k \mu_{tk} \tag{5}$$

或

$$M(s_t)=\sum_{k=1}^{n} \mu_{wk} \mu_{tk} \tag{6}$$

步骤 4：对 $M(s_t)$ 作不确定性分析，也就是对其中的 i 作取值分析，由于权重不能为负，所以，一般让 i 在[0, 1]区间等间隔取值，如令 $i=0, 0.5, 1$ 等. 根据 $M(s_t)$ 的大小作出优劣排序，$M(s_t)$ 大的优先于 $M(s_t)$ 小的. 同时考察 $M(s_t)$ 在不同 i 值下的大小变化及其带来的排序变化. 必要时，从数学期望的角度计算各方案的平均序数值 p，p 值小的方案被认为是数学期望意义上最优方案.

3　应用实例

为便于比较和分析，采用文献[7]中的例子说明本方法的具体应用.

一个家庭欲购买一台冰箱，现有 5 种品牌 $s_t(t=1,2,\cdots,5)$ 可供选择，主要的评价指标(属性)有 $G_k(k=1,2,\cdots,6)$ 共 6 项，其中 G_1 表示"安全性"，G_2 表示"制冷性"，G_3 表示"结构性"，G_4 表示"可靠性"，G_5 表示"经济性"，G_6 表示"美观性". 利用统计方法，得到方案 $s_t(t=1,2,\cdots,5)$ 对属性 $G_k(k=1,2,\cdots,6)$ 的满意程度 u_{tk} 和不满意程度 v_{tk}，记直觉模糊数为 $\alpha_{tk}=(u_{tk}, v_{tk})$，见表 1.

已知各指标的权重信息 w_k 如下：$w_1 \leqslant 0.3$，$w_2 \leqslant 0.2$，$0.2 \leqslant w_3 \leqslant 0.5$，$w_4 \leqslant 0.1$，$0.1 \leqslant w_5 \leqslant 0.4$，$w_6 \geqslant 0.2$，试作出决策.

步骤 1：将表 1 利用式(4)改写成用二元联系数表示的决策矩阵表，见表 2.

表 1　直觉模糊决策矩阵表

Tab.1　Intuitionistic fuzzy decision matrix

品牌	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
s_1	(0.3,0.5)	(0.6,0.3)	(0.6,0.4)	(0.8,0.2)	(0.4,0.5)	(0.5,0.3)
s_2	(0.7,0.3)	(0.5,0.3)	(0.7,0.2)	(0.7,0.1)	(0.5,0.4)	(0.4,0.1)
s_3	(0.4,0.3)	(0.7,0.2)	(0.5,0.4)	(0.6,0.3)	(0.4,0.3)	(0.3,0.2)
s_4	(0.6,0.2)	(0.5,0.4)	(0.7,0.2)	(0.3,0.2)	(0.5,0.4)	(0.7,0.3)
s_5	(0.5,0.3)	(0.3,0.5)	(0.6,0.3)	(0.6,0.2)	(0.6,0.2)	(0.5,0.2)

表 2　权重和指标值转换为二元联系数的直觉模糊决策矩阵表

Tab.2　Intuitionistic fuzzy decision matrix of binary connection number by weight and target value

品牌	w_1 $0+0.3i$	w_2 $0+0.2i$	w_3 $0.2+0.3i$	w_4 $0+0.1i$	w_5 $0.1+0.3i$	w_6 $0.2+0.8i$
s_1	$0.3+0.2i$	$0.6+0.1i$	$0.6+0.0i$	$0.8+0.0i$	$0.4+0.1i$	$0.5+0.2i$
s_2	$0.7+0.0i$	$0.5+0.2i$	$0.7+0.1i$	$0.7+0.2i$	$0.5+0.1i$	$0.4+0.5i$
s_3	$0.4+0.3i$	$0.7+0.1i$	$0.5+0.1i$	$0.6+0.1i$	$0.4+0.3i$	$0.3+0.5i$
s_4	$0.6+0.2i$	$0.5+0.1i$	$0.7+0.1i$	$0.3+0.5i$	$0.5+0.1i$	$0.7+0.0i$
s_5	$0.5+0.2i$	$0.3+0.2i$	$0.6+0.1i$	$0.6+0.2i$	$0.6+0.2i$	$0.5+0.3i$

步骤 2:应用式(5)计算各方案的综合加权联系数 s_t ,得表 3.

表 3　各方案综合加权联系数 s_t

Tab.3　Varied program synthesize weigh connection number s_t

品牌	$\mu_{w_1}\mu_{t_1}$	$\mu_{w_2}\mu_{t_2}$	$\mu_{w_3}\mu_{t_3}$	$\mu_{w_4}\mu_{t_4}$	$\mu_{w_5}\mu_{t_5}$	$\mu_{w_6}\mu_{t_6}$
s_1	$0.09i+0.06i^2$	$0.12i+0.02i^2$	$0.12+0.18i$	$0.08i+0.00i^2$	$0.04+0.13i+0.03i^2$	$0.10+0.44i+0.16i^2$
s_2	$0.21i+0.00i^2$	$0.10i+0.04i^2$	$0.14+0.23i+0.03i^2$	$0.07i+0.02i^2$	$0.05+0.16i+0.03i^2$	$0.08+0.42i+0.40i^2$
s_3	$0.12i+0.09i^2$	$0.14i+0.02i^2$	$0.10+0.17i+0.03i^2$	$0.06i+0.01i^2$	$0.04+0.15i+0.09i^2$	$0.06+0.34i+0.40i^2$
s_4	$0.18i+0.06i^2$	$0.10i+0.02i^2$	$0.14+0.23i+0.03i^2$	$0.03i+0.05i^2$	$0.05+0.16i+0.03i^2$	$0.14+0.56i$
s_5	$0.15i+0.06i^2$	$0.06i+0.04i^2$	$0.12+0.20i+0.03i^2$	$0.06i+0.02i^2$	$0.06+0.20i+0.06i^2$	$0.10+0.46i+0.24i^2$

步骤 3:计算和分析 $M(s_t)$ 在不确定性下的各种方案排序,得表 4.

表 4　i 取不同值时 $M(s_t)$的排序

Tab.4　$M(s_t)$'s rank of different valueof i

$M(s_t)$	$\sum\mu_{wk}\mu_{tk}$	$i=0$ 时排序	$i=0.5$ 时排序	$i=1$ 时排序	$i=0.9$	$i=0.8$	$i=0.7$	$i=0.6$
$M(s_1)$	$0.26+1.04i+0.27i^2$	0.26④	0.845 7⑤	1.57⑤	1.414 7⑤	1.264 8⑤	1.120 3⑤	0.981 2⑤
$M(s_2)$	$0.27+1.19i+0.52i^2$	0.27③	0.995 0②	1.98 ①	1.762 2①	1.554 8①	1.357 8①	1.171 2①
$M(s_3)$	$0.20+0.98i+0.64i^2$	0.20⑤	0.850 0④	1.82③	1.600 4④	1.393 6④	1.199 6④	1.018 4④
$M(s_4)$	$0.33+1.26i+0.19i^2$	0.33 ①	1.007 5①	1.78④	1.617 9③	1.459 6③	1.305 1②	1.154 4②
$M(s_5)$	$0.28+1.13i+0.45i^2$	0.28 ②	0.957 5③	1.86②	1.661 5②	1.472 0②	1.291 5③	1.120 0③

$M(s_t)$	$i=0.4$	$i=0.3$	$i=0.2$	$i=0.1$	序数总和	平均序数 p	最终排序
$M(s_1)$	0.719 2④	0.596 3④	0.478 8④	0.366 7④	46	4.6	⑤
$M(s_2)$	0.829 2②	0.673 8②	0.528 8②	0.394 2③	16	1.6	①
$M(s_3)$	0.694 4⑤	0.551 6⑤	0.421 6⑤	0.304 4⑤	43	4.3	④
$M(s_4)$	0.864 4①	0.725 1①	0.589 6①	0.457 9①	19	1.9	②
$M(s_5)$	0.804 0③	0.659 5③	0.524 0③	0.397 5②	26	2.6	③

由表 4、可见,在忽略不计不确定性条件下,是 s_4 优于 s_5 优于 s_2 优于 s_1 优于 s_3 ,当考虑不确定性,仅取 $i=0.5$, $i=1$ 这两种情况时,除 s_1 仍为最差方案外,其余 4 个方案的优劣顺序在 $i=0.5$ 时与 $i=1$ 时都不同. 由于 i 在[0，1]区间,取 $i=0$ 时相当于忽略不确定性,因而又作了 $i=0.1,0.2,\cdots,1$ 共 10 种情况下的 $M(s_t)$ 计算,并作各方案的序数总平均 p 处理,结果是 s_2 优于 s_4 优于 s_5 优于 s_3 优于 s_1 ,这一结果与文献[7]中的排序结果完全一致. 但文献[7]是在经过一系列繁琐计算后得到的结果,没有作不确定性分析.

本文是在承认不确定性条件下,用联系数客观地描述这些不确定性,通过联系数的普通加、乘运算及不确定性分析得到的结果,整个分析计算过程简单,且原理清晰.

参考文献：

［1］ Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy set［J］. Fuzzy Sets and Systems，1986，20（1）：87–96.

［2］ Zadeh L A. Fuzzy sets［J］. Inform and Control，1965，8（3）：338–353.

［3］ Gau W L，Buehrer D J. Vague sets［J］. IEEE Transactionson Systems，Man，and Cybernetics，1993，23（2）：610–614.

［4］ Bustince H，Burillo P. Vague sets are Intuitionistic fuzzy sets［J］. Fuzzy Sets and Systems，1996，79（3）：403–405.

［5］ Chen S M，Tan J M. Handling multicriteria fuzzy decisiorr making problems based on vague set theory［J］. Fuzzy Sets and Systms，1994，67（2）：163–172.

［6］ Hong D H，Choi C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory［J］. Fuzzy Sets and Systems，2000，114（1）：103–113.

［7］ 徐泽水. 直觉模糊偏好信息下的多属性决策途径［J］. 系统工程理论与实践，2007，27（11）：62–71.

［8］ 南江霞，李登峰，张茂军. 直觉模糊多属性决策的Topsis法［J］. 运筹与管理，2008，17（3）：38–41.

［9］ 黎华，王周敬. 基于直觉模糊集的多属性决策问题［J］. 昆明理工大学学报：理工版，2008，33（6）：109–112.

［10］Szmidt E，Kacprzyk J. A consensus reaching process under intuitionistic fuzzy preference relations［J］. International Journal of Intelligent Systems，2003，18（7）：837–852.

［11］刘秀梅. 基于联系数的直觉模糊数多指标评价研究［J］. 连云港师范高等专科学校学报，2008（4）：91–94.

［12］刘秀梅，赵克勤. 基于区间数确定性相互作用点的多属性决策［J］. 数学的实践与认识，2009，39（8）：68–75.

（上接第 74 页）

参考文献：

［1］ 王成飞，赵刚. 基于 GPRS 的油井自动化监控系统［J］. 国外电子元器件，2005（8）：24–26.

［2］ 王永贵. 基于 GPRS 的油井工况监控系统信息处理与发布的研究与实现［D］. 阜新：辽宁工程技术大学，2007：2.

［3］ 敬蜀蓉. 油田生产自动化集中监控模式的研究［D］. 天津：天津大学管理学院，2004：2–5.

［4］ 刘森. 嵌入式系统接口设计与 Linux 驱动程序开发［M］. 北京：北京航空航天大学出版社，2006：201–204.

［5］ 夏昕，曹晓钢. 深入浅出 Hibernate［M］. 北京：电子工业出版社，2005.

［6］ Christian Bauer，Gavin King. Java Persistence with Hibernate［M］. Greenwich：Manning Publications Co.，2007：105–107.