

# 基于高斯处理的触觉显示机器人摩擦力矩的 动力学建模方法

李 亚,张振寰 (天津科技大学机械工程学院,天津 300222)

摘要:通过建立准确的动力学模型可以显著地改善触觉显示机器人的控制性能.但由于其关节处的非线性动态摩擦特性,传统建模方法精度较低.针对此问题,采用高斯处理算法,准确建立了高度非线性的触觉显示机器人摩擦力矩动力学模型.单自由度的触觉显示机器人实验结果表明,其精度得到显著提高.
 关键词:触觉显示机器人;非线性摩擦;高斯处理
 中图分类号: TP242.2 文献标志码: A 文章编号: 1672-6510(2010)02-0053-04

# Haptic Display Robot Nonlinear Friction Dynamics Modeling Based on Gaussian Process

LI Ya, ZHANG Zhen-huang

(College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** By means of establishing accurate dynamics model control performance of haptic display robot can be greatly improved. But due to the high nonlinear dynamics of the haptic display robot, it is usually very hard to identify it. Aim to deal with this problem, a novel device dynamics model was derived through analyzing the characteristics of nonlinear dynamic friction at the joints. By implementing Gaussian Process algorithm, the high nonlinear haptic device dynamics model was accurately identified. Experimental results of a one-degree-of-freedom haptic device show that its force display accuracy is greatly improved.

Keywords: haptic display robot; nonlinear friction; Gaussian process

触觉显示机器人是一种动力学模型高度非线性 耦合的系统,所以要实现高精度的输出是非常困难 的.由于其高度非线性耦合,很多文献从控制角度提 供了解决方案<sup>[1]</sup>.近几年来很多学者都研究过如何建 立触觉显示机器人准确动力学模型<sup>[2-4]</sup>.所有文献都 是基于摩擦是关于位置和速度的线性方程的前提下 来建立模型,基于这种模式,最小均方算法与最大似 然估计法被用来处理实验数据以及确定现行参数.但 是,在触觉显示机器人以较低速度运行时,这种建模 方法很不精确,因为在低速情况下,摩擦力模型是高 度非线性的<sup>[6]</sup>.

总的来说,当对高响应,低惯性的触觉显示机器

人应用线性参数的动力学模型时会有如下问题:模型 中存在结构性缺陷,在关节处的线性化参数摩擦模型 显得过于简化,尤其是当低速情况时,特别是对于触 觉显示机器人来说,摩擦表现出高度的非线性<sup>[7]</sup>.这 些都会影响模型的准确度与可用性.本文针对触觉 显示机器人提出一种新的非线性摩擦力建模方法,采 用高斯处理算法建立非线性的摩擦模型,并进行了实 验研究.

### 1 单自由度触觉显示机器人的设计

多自由度触觉显示机器人的模型可以一个一个

收稿日期: 2009-12-08; 修回日期: 2009-12-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60675046)

**作者简介:** 李 亚(1973—),男,辽宁人,副教授,博士,tustly@tust.edu.cn.

自由度的建立,所以采用单自由度触觉显示机器人来 阐述本文方法.图 1 为单自由度触觉显示机器人.在 下面的实验中,运动与力沿 y 轴并垂直于手臂长度方 向.该装置包含一个由直流电机与减速比为 1:80 齿轮箱配合驱动的机械连接.在装置顶端安装 1 个 三维力传感器,沿 3 个方向测量操作者与装置之间的 相互作用力,三维力传感器在每个方向上的分辨力均 为 0.005 N. 通过分辨率为 500 P/R 的光电编码器来 测量角位置.采用 Hall 传感器来测量电机转子电流, 从而可以获得电机施加的扭矩.



#### 图 1 单自由度触觉显示机器人 Fig.1 Schematics of one DOF haptic display robot

对于图 1 所示的单自由度的机器人模型,由于关 节是竖直链接,可以忽略装置动作时的重力扭矩.装 置的动力学方程为

$$\tau_{\text{motor}} = \tau_{\text{friction}}(\dot{q}) + I\ddot{q} + Gf_{\text{h}} \tag{1}$$

式中: $\tau_{motor}$ 为电机扭矩; $\tau_{friction}$ 为摩擦扭矩;I为转动 惯量;q为角位置; $f_h$ 为操作者与装置的作用力;G为 常量参数.

# 2 基于高斯处理的非线性动力学模型建立 方法

#### 2.1 关节摩擦特性

文献[8-10]指出,准确的摩擦力模型如图 2 所示,静态摩擦力在低速时是高度非线性的. 但当超过 一个临界速度 *q*<sub>c</sub>>0 时,线性的黏性摩擦变得相对主 要,而且在高速域是近似为线性的. 因此,传统的摩擦 力模型无法准确描述其特性,尤其是在低速时. 图 2 中 *f*<sub>s</sub>为低速时最大静摩擦力, *f*<sub>c</sub>为简化摩擦模型的 静摩擦力.

#### 2.2 基于高斯处理的摩擦模型识别

高斯处理起源于前端反馈神经网络,它的优势是 它处于贝叶斯等级模型的最底层,因此是可以定量分 析的.这是一种相对简单的实现方法,而且对于一些 每个参数都需要微调时也是一个有力的工具,因为它 几乎不用人为来计算参数.因此,可用来识别高度非 线性的摩擦力模型.



Fig.2 Friction model

假设 n 个输入随机变量  $X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  与输出  $Y_n = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ ,希望为这些数据建立一个模型,并 依据这个模型预测出其他数据.对于任一输入 x,想 得到相应输出 y 的分布.假定模型为  $y_i = f(x_i) + v_i$ , 这里 f(x) 为模型函数,  $v_i$  是测量噪声.高斯处理算法 是一种有力的建模工具,其思想是:不管 f(x),而是 在函数空间里直接处理概率函数 P(f(x)).可以看作 是将有限向量空间上的高斯分布推广到无限的函数 空间上.高斯处理与高斯分布一样是由平均值与协 方差确定的,平均值是指输入量 x 的平均值,而协方 差是一个方程,这个方程可以表达希望的协方差.基 于 m 个 { $\varphi_i(x)$ } 来考虑线性回归问题,则线性回归方 程可以表示为

$$f(x) = \sum_{i=1}^{m} w_i \varphi_i(x) = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \varphi(x)$$
(2)

考虑高斯分布:

$$P(\boldsymbol{W}) = N(0, \sigma_{w}^{2}I)$$
(3)

很明显,方程 f(x) 也是均值为零的高斯分布:

$$\begin{cases} E_{w} [f(x)] = 0 \\ E_{w} [f(x)f(x')] = \sigma_{w}^{2} \varphi^{T}(x) \varphi(x') \end{cases}$$
(4)

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1) & \varphi_2(x_1) & \cdots & \varphi_m(x_1) \\ \varphi_1(x_2) & \varphi_2(x_2) & \cdots & \varphi_m(x_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_1(x_n) & \varphi_2(x_n) & \cdots & \varphi_m(x_n) \end{pmatrix}$$
(5)

得到

$$P(\boldsymbol{Y}_n) = N(0, \boldsymbol{\sigma}_w^2 \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Phi})$$
(6)

因为要处理一个无限大的矩阵,而上述的过程中

*m* 是有限的,当将它扩展到无限的空间后,计算量会 非常大而且耗时,下面解决这个问题.根据 Mecer 理 论,存在一个可以这样表达的协方差方程:

$$k(x,x') = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \varphi_i(x) \varphi_i(x')$$
(7)

对比于式(4),矩阵 $\sigma_w^2$ 可以表示为一个对角矩阵  $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \cdots)$ ,这样无限维矩阵 $\sigma_w^2 \boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Phi}$ 可以用一个  $n \times n$ 的协方差矩阵表示:

$$\boldsymbol{K}_{n} = \begin{pmatrix} k(x_{1}, x_{1}) & \cdots & k(x_{1}, x_{n}) \\ \vdots & & \vdots \\ k(x_{n}, x_{1}) & \cdots & k(x_{n}, x_{n}) \end{pmatrix}$$
(8)

定义协方差矩阵 $K_{n+1}$ :

$$\boldsymbol{K}_{n+1} = \begin{bmatrix} k(x_1, x_1) & \cdots & k(x_1, x_{n+1}) \\ \vdots & & \vdots \\ k(x_{n+1}, x_1) & \cdots & k(x_1, x_{n+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & L_{n+1} \\ L_{n+1}^{\mathsf{T}} & l \end{bmatrix} (9)$$

公式(6)可以扩展为

$$P(\boldsymbol{Y}_n) = a \times \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{Y}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_n^{-1}\boldsymbol{Y}_n\right)$$
(10)

其中,*a* 是常量参数. 高斯处理可以看作对于任何输入速度  $X = (x_1, x_2, \cdots)$ 的分布集合,输出为摩擦力矩  $Y = (f(x_1), f(x_2), \cdots)$ . 已经构造了矩阵  $K_n$ ,现在可以由  $Y_n$ 得到  $y_{n+1}$ ,因为  $P(y_{n+1}, Y_n)$ 是高斯分布,所以条件分布为

$$P(y_{n+1}/Y_n) = \frac{P(y_{n+1},Y_n)}{P(Y_n)}$$
(11)

将式(9)、式(10)代入式(11),得到:

$$P(y_{n+1}/Y_n) = \frac{a_{n+1}}{a_n} \exp\left[-\frac{1}{2} (Y_{n+1}^{\mathrm{T}} K_{n+1}^{-1} Y_{n+1} - Y_n^{\mathrm{T}} K_n^{-1} Y_n)\right] = a' \exp\left(-\frac{(y_{n+1} - \hat{y}_{n+1})^2}{2\sigma_{\hat{y}_{n+1}}^2}\right)$$
(12)

其中

$$\begin{cases} \hat{y}_{n+1} = \boldsymbol{L}_{n+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{n}^{-1} \boldsymbol{Y}_{n} \\ \boldsymbol{\sigma}_{\hat{Y}_{n+1}}^{2} = l - \boldsymbol{L}_{n+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{n}^{-1} \boldsymbol{L}_{n+1} \end{cases}$$
(13)

#### 3 实 验

#### 3.1 实验数据获取

系统在采集数据前预热 10 s,在预热过程中采集 的数据是正弦曲线上的点.预热有两个目的:第一消 除起始静摩擦,因为系统不允许停留在 0 角速度很长 时间;第二可以使系统达到一个稳定状态.预热之 后,开始记录电机施加的扭矩,并采集位置、速度、加 速度数据,共采集 35 s,相应转 5.5 圈,10 次速度峰谷 交替.

实验装置转动惯量为 *I* = 0.024 4 kg·m<sup>2</sup>. 设顺时 针为正方向,图 3 为实验用的典型轨迹,图 4 为一组 电机的测量电流数据. 这组数据乘以该实验用直流 电机的扭矩电流比(1.95 N·m/A),就可以得出实际扭 矩输出值. 因为摩擦模型与角位置无关,所以只是角 速度的函数. 将图 3 和图 4 采集得到的力矩与转速 代入式(1),得到一组描述摩擦力矩模型的输入输出 数据,利用这组转速-力矩数据,采用高斯分布,就可 以识别出它的动力学模型了. 预热以后,在开环情况 下,电机转子电流增加直到关节开始动作,记录启动 电流并以此来计算摩擦力矩(两个方向),将这两个点 添加到得到的数据序列中,用来研究离散的摩擦力 矩模型. 实验中在每个速度点进行 100 次实验,计算 其平均值,共得到 54 个点.



Fig.4 One case of measured current

#### 3.2 应用高斯处理建立非线性摩擦力矩模型

将得到的 54 个数据代入式(12)和式(13),进行 高斯处理. 图 5(a)是角速度大于等于零时利用高斯 分布识别的摩擦力矩模型曲线,图 5(b)是角速度小 于等于零时(负方向)利用高斯分布识别的摩擦力矩 模型曲线.



#### 4 结 语

为改善触觉显示机器人的可控性,本文提出一种 非线性动力学建模方法.传统的建模方法忽略了低 速情况下的摩擦非线性特征,为了更为准确的建立模 型本文采用了基于高斯处理的建模方法.

以单自由度的触觉显示机器人为例,对模型进行 了分析和实验.实验结果表明,本文方法切实有效, 比较传统的方法更为准确.

## 参考文献:

[1] Visioli A, legnani G. On the trajectory tracking control of

industrial SCARA robot manipulators[J]. IEEE Transaction on Industrial Electronics,2002,49(1):224–232.

- Swevers J,Ganseman C,Tukel D B,et al. Optimal robot dynamics excitation and identification [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1997, 13 (5):730– 740.
- [3] Tafazoli S, Lawrence P D, Salcudean S E. Identification of inertial and friction parameters for excavator arms[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15 (5):966–971.
- [4] Gautier M, Khalil W. Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots [J]. International Journal of Robotics Research, 1992, 11 (4):362–375.
- [5] Carlos Canudas de Wit, Bruno Siciliano, Georges Bastin. Theory of Robot Control [M]. New York: Springer, 1996.
- [6] Du H,Nair S S. Modeling and compensation of lowvelocity friction with bounds[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1999, 7(1):110–121.
- [7] Popovic M R,Goldenberg A A. Modeling of friction using spectral analysis[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998, 14(1):114–122.
- [8] Vedagarbha P, Dawson D M, Feemster M. Tracking control of mechanical systems in the presence of nonlinear dynamic friction effects [J]. IEEE Transaction on Control Systems Technology, 1999, 7 (4):446–456.
- [9] Tomei P. Robust adaptive friction compensation for tracking control of robot manipulators[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2000, 45 (11) :2164–2169.
- [10] Armstrong-Helouvry B. Control of Machines with Friction [M]. Norwell, MA:Kluwer Academic Publishers, 1993.