



平板边界层湍流的数值分析

唐洪涛^{1,2}

(1. 天津科技大学机械工程学院, 天津 300222; 2. 天津大学机械工程学院, 天津 300072)

摘要: 对于不可压缩平板边界层的时间模式的直接数值模拟(DNS)而言,在转捩后继续计算,就可以得到湍流直接数值模拟结果.分析计算结果发现,当湍流充分发展后,其平均流剖面、各种量的脉动均方根值和雷诺应力等沿平板法向的分布都具有相似性.不过,从转捩完成至湍流充分发展之间有一过渡过程,其间上述相似性不成立.这一结果为简化但又较准确地计算工程技术问题中的湍流提供了一种可能性.此外,还分析了其他一些湍流特征,如形状因子和位移排移厚度随时间的演化规律.为了观察到相干结构,须将展向的计算域缩小一半,以增加分辨率,研究结果表明,湍流边界层近壁区存在相干结构,其主要表现是准流向涡或涡对.

关键词: 转捩; 湍流; 边界层厚度; 相似性; 相干结构

中图分类号: O368 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6510(2010)01-0043-05

Numerical Analysis of Turbulent Boundary Layer on a Flat Plate

TANG Hong-tao^{1,2}

(1. College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;
2. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: As far as the temporal mode direction numerical simulation(DNS)has been considered in an incompressible boundary layer on a flat plate,the computation in laminar-turbulent transition might be continued to obtain the results of turbulent boundary-layer. Analytical results show that the normal-wise distribution of several statistical mean values of disturbances of a fully developed turbulence,such as the mean flow profile,the non-dimensional mean velocity defect,and the root mean square of the fluctuating velocity,as well as the Reynolds stresses,bear similarities in nature,which might be used to simplify the computation of turbulent flows. It must be pointed out that,from the end of transition to the fully developed state of turbulence,there should be a transient period,during which the similarities do not hold. However,the results would helpfully provide a feasible way to make the turbulent computation simple and exact in some technical problems. Other characteristics of turbulence,such as the time history of shape factor and displacement thickness,were also analyzed. Based on the above results,the computational domain in the stream-wise direction should be reduced to the half length in order to improve the resolving power to observe the coherent structures. Analytical results indicate the coherent structures,which were characterized by the quasi-stream-wise vortexes or vortex pairs,exist in the wall region of a turbulent boundary layer.

Keywords: transition; turbulence; boundary-layer thickness; similarity; coherent structure

湍流是极为普遍的流动现象,自然界的流动绝大多数是湍流.过去人们认为湍流是完全随机的运动.后来逐步认识到,实际的湍流中还存在着一些非随机的成分,即拟序结构,也称相干结构,它是近代湍流研究

的重大进展之一^[1].

计算机的计算速度和流体力学的日益改进,使得复杂流动的数值预测成为工程设计的重要工具之一,而准确的湍流模式是满意的数值预测的基础.如今,越

收稿日期: 2009-09-03; 修回日期: 2009-11-10

基金项目: 天津市自然科学基金资助项目(09JCYBJC06400); 天津科技大学引进人才科研启动基金资助项目(20070426)

作者简介: 唐洪涛(1968—),男,黑龙江海林人,讲师,博士, tangsiqi@sina.com.

来越多的湍流直接数值模拟结果揭示了各种实际湍流运动中湍流脉动的细节,湍流边界层和湍流混合层的直接数值模拟结果不仅证实了流动显示的拟序结构,而且给出了它们的定量数据^[2-6]. 另一方面,直接数值模拟还可以发现实验观测不能得到的一些现象和特性. 总之,直接数值模拟是实验手段以外研究湍流的一个非常有力的手段. 虽然不存在对所有湍流运动都适用的湍流模型,但根据湍流运动的物理性质来修正或改进的计算模型得到了广泛的应用^[7-10].

湍流研究的主要目的是解决重要实际问题中的湍流计算. 虽然计算机技术的迅猛发展,给用数值模拟解决工程问题带来新的希望,但离真正解决实际工程问题还有很长一段路要走. 因此,本文就是要通过直接数值模拟,取得平板边界层湍流的一些基本数据,并从中探寻一些规律性的东西. 这样既可以对湍流进行机理性研究,又可以为工程计算提供简化的依据^[11].

1 数值模拟的方法

1.1 计算方法

本文以平板边界层作为研究对象,采用时间模式下的伪谱方法,即在流向和展向采用傅里叶分解,而在法向采用 Malik 建议的两点 4 阶精度的紧致差分格式. 同时,为了使计算导致的误差在上边界能顺利传出而不反射回来,需在原先的计算域上侧增加一个嵌边区,具体的计算方法和嵌边区加入方法请见文献^[12].

本文采用的基本流是 Blasius 解,并且采用平行流假设. 在流向及展向都采用周期性边界条件,即设扰动在流向及展向都是周期性的,因而数值方法可采用伪谱方法. x, y, z 方向的有效计算域以起始时的边界层排移厚度 δ^* 为特征长度无量纲化,分别为: $[0, 20\pi], [0, 40\pi], [0, 20\pi]$, 对应的计算网格点数为: $129 \times 201 \times 129$. 其中,在 x 和 z 方向为均匀网格,在 y 方向为变网格与等间距网格对接的双网格结构. 平板上为无滑移边界条件; y 方向在上边界无穷远处的边界条件为扰动速度为零.

1.2 参数的选取

计算起始于层流,然后引入扰动. 扰动形式为

$$\sum_{j=1}^3 A_j \mathbf{u}_j(y) e^{i(\alpha_j x + \beta_j z)} \quad (1)$$

式中: α_j 与 β_j ($j=1, 2, \dots, 5$) 分别是 x 和 z 向的波数; \mathbf{u}_j 是解层流剖面的 Orr-Sommerfeld 方程特征值问题得到的特征速度矢量,其归一化条件为 $\max|\mathbf{u}_j|=1$,

u_1 是扰动的流向速度分量; A_j 是扰动幅值. 表 1 列出了初始扰动参数. 计算足够长时间,当达到湍流状态后,用壁参数无量纲化的计算域长度为 $L_x^+ \times L_y^+ \times L_z^+ = 2\,280 \times 2\,956 \times 1\,560$, 网格间距为 $\Delta_x^+ \times \Delta_y^+ \times \Delta_z^+ = 18.13 \times 1.73 \times 12.06$, 其中 Δ_y^+ 为最靠近壁面的网格间距.

表 1 初始扰动参数
Tab.1 Parameters of initial disturbances

j	A_j	α_j	β_j	ω_j
1	0.010	(0.2,0)	(0.0,0)	(0.060 639,0.003 867)
2	0.005	(0.2,0)	(0.3,0)	(0.073 587, -0.000 666)
3	0.005	(0.4,0)	(0.6,0)	(0.121 454, -0.029 957)
4	0.005	(0.2,0)	(-0.3,0)	(0.073 587, -0.000 666)
5	0.005	(0.4,0)	(-0.6,0)	(0.121 454, -0.029 957)

注: ω_j 表示频率.

2 结果分析与讨论

2.1 平均流剖面

充分发展的边界层湍流流场可分为内层和外层,内层又可分为黏性底层、过渡层、对数层. 在黏性底层,速度剖面呈线性分布. 为了与 Spalding 速度分布比较,需求出壁面摩擦速度 $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$. 湍流边界层靠近壁面区中无量纲平均速度 \bar{u}^+ 和 y 方向的黏性长度分别表示为

$$\bar{u}^+ = \bar{u}/u_\tau \text{ 和 } y^+ = \frac{u_\tau y \delta^*}{\gamma} \quad (2)$$

式中,用上标“+”表示用壁面摩擦速度和壁面摩擦长度对速度与长度无量纲化的量.

图 1 给出的是在转捩结束后 $t=3\,000$ 时的流向平均流速曲线和 Spalding 曲线,为了比较方便也分别列出了黏性底层 $\bar{u}^+ = y^+$ 和对数律的曲线:

$$\bar{u}^+ = y^+ \text{ 和 } \bar{u}^+ = 2.5 \times \ln(y^+) + 5.5 \quad (3)$$

从该图中可以看出,当 $0 \leq y^+ \leq 5$ 时,流动接近于黏性底层;当 $30 \leq y^+ \leq 10^3$ 时,流动符合对数率.

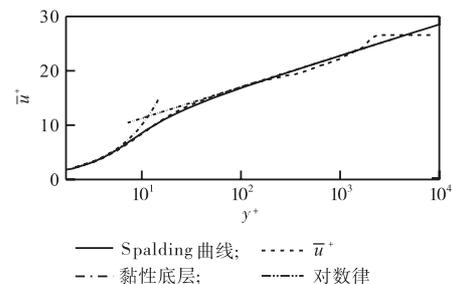


图 1 平均速度剖面

Fig.1 Mean velocity profile

不可压缩湍流边界层靠近壁面区中,无量纲平均速度 \bar{u}^+ 以 y^+ 为坐标具有相似性;对于外区则无量纲亏损速度 $(u_w - \bar{u})/u_\tau$ 是 y/δ 的函数,并且以 y/δ 为坐标具有相似性. 图 2(a) 给出的是转换完成后 5 个不同时刻的无量纲亏损速度在 y/δ 坐标系下的分布. 可以看出,它们在 $t \geq 1000$ 后确都有相似性. 而 $t=500$ 和 $t=800$ 时刻的曲线与 $t \geq 1000$ 后的曲线有较大的差别,说明此时虽然已是转换之后,但还不是充分发展湍流. 图 2(b) 显示了 5 个不同时刻的无量纲平均速度在 y^+ 坐标系下的分布. 同样,在 $t \geq 1000$ 后无量纲平均速度 \bar{u}^+ 在边界层内区以 y^+ 为坐标具有相似性,而 $t=500$ 时则有差别,说明 $t=500$ 和 $t=800$ 时还处在转换后向充分发展湍流过渡阶段.

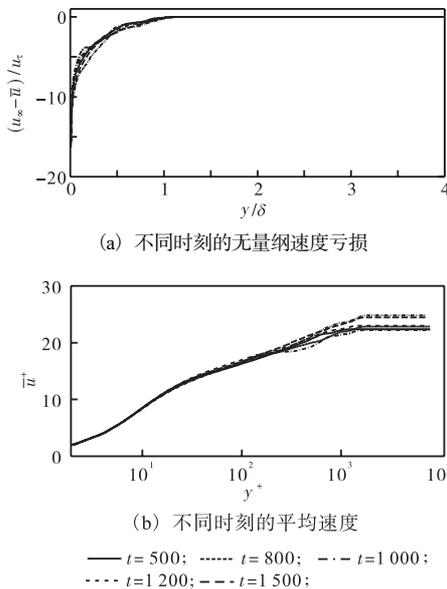


图 2 不同时刻的无量纲速度亏损和平均速度
Fig.2 Dimensionless velocity defect and mean velocity for different time instants

2.2 平均壁面摩擦因数随时间演化曲线

图 3 给出了平均壁面摩擦因数 C_f 随时间的演化曲线. 其中壁面摩擦因数的定义为

$$C_f = \tau_w / \frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2, \tau_w = \bar{\mu} \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_w \quad (4)$$

从图 3 中可以看出, $t=450$ 后转捩基本结束,但

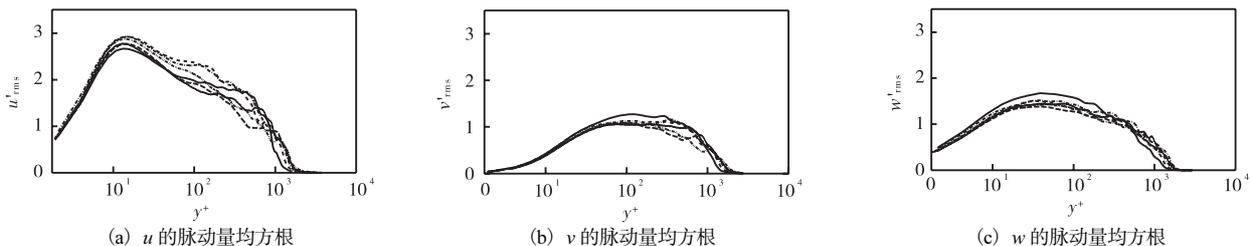


图 5 不同时刻的脉动量均方根在边界层内的分布 (线型说明同图 2)
Fig.5 Distribution of mean root square fluctuation velocity across the boundary layer for different moments

要达到完全的湍流还需要经历一段过渡阶段,在 $t \geq 1090$ 以后数值模拟的结果与充分发展湍流的理论曲线比较相符.

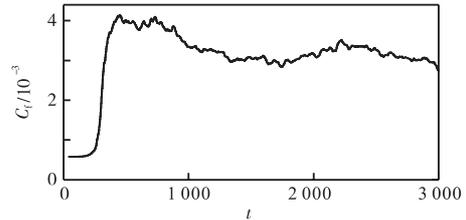


图 3 壁面摩擦因数的时间演化曲线
Fig.3 Evolution curves for the skin-friction coefficient

从图 4 中可以看出, $t \geq 450$ 后,形状因子 H 几乎一直保持在 1.3 附近,而位移排移厚度 δ^* 则随时间近似线性增长,表明此时已接近充分发展湍流. 在此之前,则虽然已是转换之后,但还不是充分发展湍流. 但是,这种线性增长不会无限制地进行下去,因为当流场进行到充分发展湍流时,流场要经过壁面及流场本身耗散大量的能量,使得边界层厚度可能保持在某一值. 然而,怎样理解这一线性增长超出了本文的研究范围.

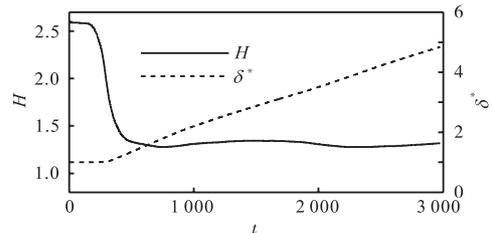


图 4 形状因子和位移排移厚度的时间演化曲线
Fig.4 Evolution curves for shape factor and displacement thickness

2.3 脉动均方根值随时间演化曲线

以下的分析用到了 Reynolds 平均方法,变量 f 在流向和展向的 Reynolds 平均量记为 \bar{f} . 相应的脉动量记为 f' ,即

$$f = \bar{f} + f' \quad (5)$$

图 5 给出了 5 个不同时刻的脉动均方根值在边界层内的分布. 可以看出,充分发展湍流脉动均方根值沿法向的分布同样具有相似性. 其中流向脉动速度均方根值 u_{rms}^+ 在 y^+ 约为 12 处取极大值,约为 2.75.

2.4 Reynolds 应力

本文的 Reynolds 应力是基于 Reynolds 平均的应力,图 6 给出的是在不同时刻应力在边界层内的分布.可以看出充分发展湍流的 Reynolds 应力同样具有相似性.图 6 表明 x 方向的 Reynolds 正应力的峰值在

过渡层高达 8.5,这个值约是可压缩湍流的一半. y, z 方向的 Reynolds 正应力以及 $x-y$ 平面的 Reynolds 剪应力的峰值则小一些.图 7 显示的是 $t=3\ 000$ 时刻湍流流场中近壁区的 Reynolds 应力.

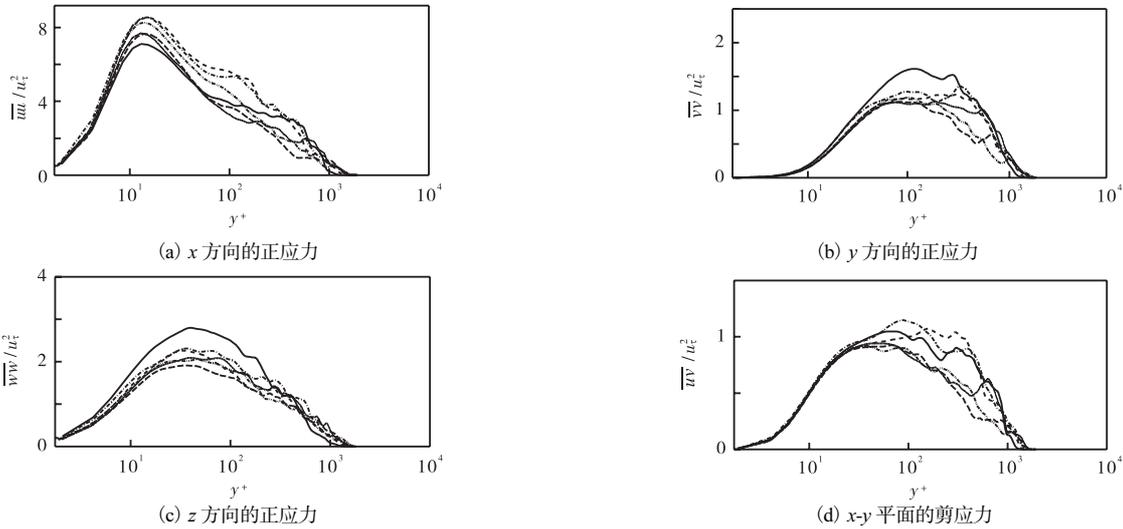


图 6 不同时刻的 Reynolds 应力在边界层内的分布 (线型说明同图 4)
Fig.6 Distribution of Reynolds stresses across the boundary layer for different moments

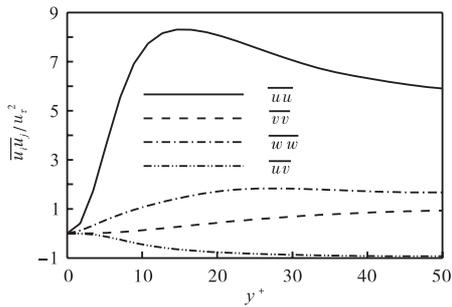


图 7 $t=3\ 000$ 时湍流流场中近壁区的 Reynolds 应力
Fig.7 Distribution of Reynolds stresses in the inner layer of turbulent boundary layer at $t=3\ 000$

2.5 近壁脉动速度等值线

图 8 给出的是湍流流场中的脉动速度 u^+ 在不同位置处的 $x^+ - z^+$ 平面上的等值线.等值线密集的区域,

分别是低速 (低于当地平均流速) 或高速区 (高于当地平均流速). 为了观察到相干结构,须将展向的计算域缩小一半,以增加分辨率.因此显示区域的 x, z 方向的长度分别为: $x^+ = 1\ 140$; $z^+ = 760$,在展向 100 个黏性长度内有 17 个点.

条带结构是近壁区最典型的相干结构,计算结果清晰地展现了近壁区域的条带结构.对于 $y^+ = 5$ 的情况,相对于 $u^+ > 0$ 的部分, $u^+ < 0$ 的条带结构的条纹所占的区域面积更大,条纹平均长度更长.对于 $y^+ = 14$ 的情况, $u^+ < 0$ 的条纹和 $u^+ > 0$ 的条纹所占的区域面积比相似,条纹结构也近似.对于 $y^+ = 27$ 的情况, $u^+ < 0$ 的条纹和 $u^+ > 0$ 的条纹,相对于 $y^+ = 5$ 、 $y^+ = 14$ 都变得短小、破碎,显示大尺度结构在此处已经开始减弱.

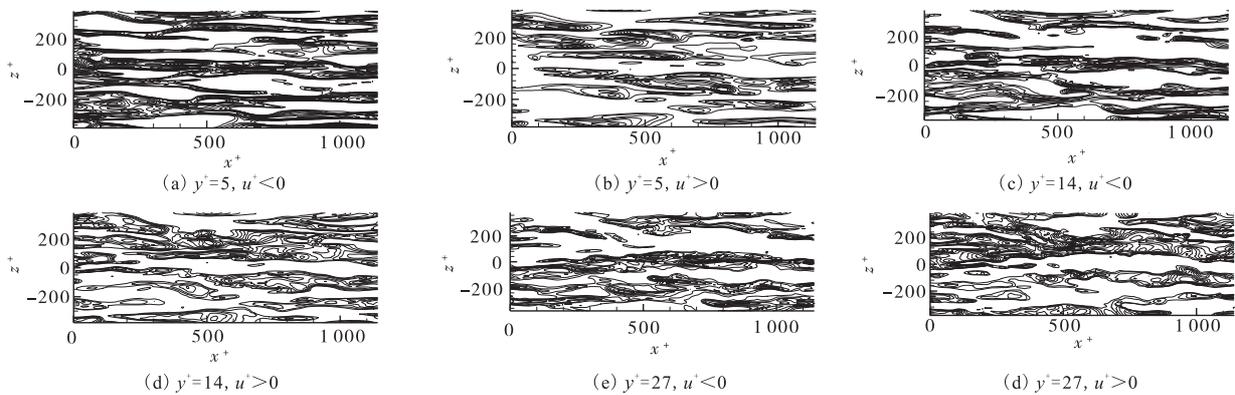


图 8 湍流流场中的脉动速度 u^+ 在不同位置处的 $x^+ - z^+$ 平面上的等值线
Fig.8 Isolines for fluctuation velocity u^+ in a certain $x^+ - z^+$ plane, within the turbulent boundary layer at different location y^+

2.6 近壁区的流向涡

图 9(a) 给出的是湍流瞬时流场中的某一 $y-z$ 平面速度矢量图。为了更清楚地显示出流场结构, 图中仅画到一半边界层厚度处。图中清晰地显示出许多涡结构, 这些涡与壁面区相干结构是准流向涡的观点相吻

合。图 9(b) 显示的是图(a)中标注的 A (顺时针)、 B (逆时针) 两个涡对的放大图, 在这里 A 点和 B 点表示的是流向涡的涡心, 两个涡形成涡对。图 9(c) 是脉动速度 u 的等值线图, 实线为正, 虚线为负。

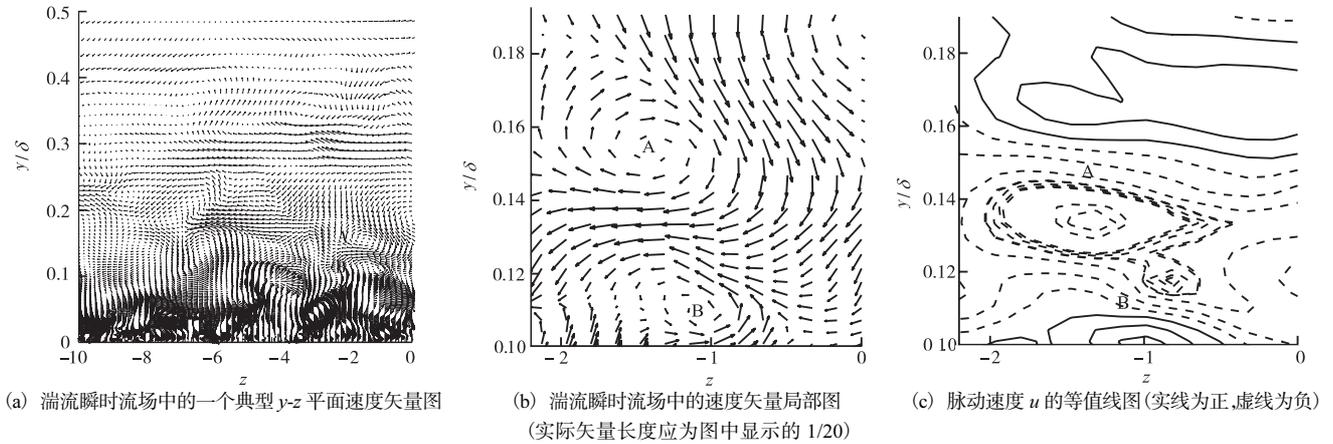


图 9 湍流瞬时流场中的一个典型 $y-z$ 平面速度矢量图及其局部矢量图和脉动速度 u 的等值线图

Fig.9 Instantaneous velocity vector plot in a typical $y-z$ plane and its local enlarged-view velocity vector plot, as well as the isolines for fluctuation velocity u

3 结论

采用时间模式对平板边界层湍流进行了直接数值模拟。分析计算结果后发现:

(1) 当接近充分发展湍流时, 形状因子 H 几乎一直保持在 1.3 附近, 而位移移厚度 δ^* 则随时间近似线性增长。平均流剖面、无量纲亏损速度剖面、脉动均方根值、Reynolds 应力等沿平板法向, 在边界层内的分布具有相似性。不过, 从转捩完成至湍流充分发展之间还需有一过渡过程, 其间上述相似性不成立。

(2) 湍流边界层近壁区存在相干结构, 其主要表现是准流向涡或涡对。

致谢: 本文的研究工作是在导师周恒院士和罗纪生教授的精心指导、启发和鼓励下完成的, 在此衷心感谢。

参考文献:

- [1] 张兆顺. 湍流[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 199-242.
- [2] Landahl M T. On sublayer streaks[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1990, 212: 593-614.
- [3] Liu J T C, Merkin L. On the interaction between large-scale structure and fine-grained turbulence on a free shear flow[J]. Proc Royal Society of London, 1976, 352: 123-155.
- [4] Jang P S, Benney D J, Gran R L. On the origin of streamwise vortices in a turbulent boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1986, 169: 109-123.
- [5] Robinson S K. A perspective on coherent structures and conceptual models for turbulent boundary layer physics [J]. AIAA, 1990, 90: 1638-1672.
- [6] Antonia R A, Bisset D K, Browne L W B. Effect of Reynolds number on the topology of the organized motion in a turbulent boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1990, 213: 267-286.
- [7] 周恒. 平板湍流边界层底层的不稳定波[J]. 力学学报, 1988, 20(4): 481-488.
- [8] Luo Jisheng, Zhou Heng. A theoretical model for the large scale coherent structures in the outer region of a turbulent boundary layer and its comparison with the experimental observations[J]. Science in China: Series A, Mathematics, 1993, 36(7): 825-832.
- [9] Xu Chunxiao, Zhang Zaoshun. Origin of high kurtosis in viscous sublayer[J]. Physics of Fluids, 1996, 8: 1938-1942.
- [10] Zhou Heng. Coherent structure modeling and its role in the computation of passive quantity transport in turbulent boundary layer[J]. JSME International Journal: Series B, 1998, 41(1): 137-144.
- [11] Huang Zhangfeng, Zhou Heng, Luo Jisheng. Direct numerical simulation of a supersonic turbulent boundary layer on a flat plate and its analysis[J]. Science in China: Series G, Physics Astronomy, 2005, 48(5): 626-640.
- [12] Tang Hongtao, Luo Jisheng, Zhou Heng. Mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of incompressible boundary layer on a flat plate[J]. Transactions of Tianjin University, 2007, 13(2): 79-87.