

一类区间不确定时滞系统超前/滞后补偿器设计

陈雪¹, 王德进¹, 于国庆²

(1. 天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222; 2. 黑龙江省军区指挥自动化工作站, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对一类具有全极点的区间不确定时滞系统, 给出了相位超前/滞后补偿器的一种图解鲁棒设计方法. 对滞后因子采用一阶 Pade 近似, 应用广义 Kharitonov 定理, 证明了图解法设计出的相位超前/滞后补偿器可以镇定区间不确定近似系统. 通过仿真验证了该补偿器亦可镇定原区间不确定时滞系统, 并保持良好的系统性能. 该种图解设计方法选择参数灵活, 便于实际应用.

关键词: 相位超前/滞后补偿器; 区间多项式; 鲁棒镇定; 时滞系统

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6510(2011)02-0049-03

Design of Phase Lead/Lag Compensators for a Class of Interval Uncertain Systems with Time-Delay

CHEN Xue¹, WANG De-jin¹, YU Guo-qing²

(1. College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;
2. Automatic Department of Heilongjiang Provincial Military District, Haerbin 150001, China)

Abstract: A graphical robust design approach was provided to phase lead/lag compensators for a class of all-pole interval uncertain systems with time-delay. The delay factor of the system was approximated by a first-order Pade approximation, and it was proved, using the generalized Kharitonov theorem, that the interval uncertain approximating system can be stabilized by the phase lead/lag compensators designed via the graphical method. Digital simulation demonstrates that the original interval uncertain delayed system can be stabilized by such designed phase lead/lag compensator and retaining good closed-loop performances. The graphical design method adopted here has the merits of flexible parameter tuning and easier practical applications.

Keywords: phase lead/lag compensators; interval polynomials; robust stabilization; time-delay systems

时滞现象大量存在于实际工程中, 时滞的存在往往导致系统性能指标的退化, 甚至使系统不稳定^[1]. 而且, 被控对象模型的参数经常存在一定的不确定性, 如辨识误差、参数漂移、模型简化等均会引进模型参数的不确定性. 鲁棒控制所要研究的问题就是如何设计控制器, 使模型参数在一定范围内摄动时, 闭环系统仍能保持稳定并满足一定的动态响应指标. 相位超前/滞后补偿器由于其结构简单、控制效果好, 广泛应用于过程控制领域^[2].

对用区间多项式描述的一类不确定系统, Barmish 将 Kharitonov 的著名定理^[3]引入到控制领

域^[4]. 而文献[5]将 Kharitonov 定理进行了推广, 提出了棱边定理. 为了设计控制器镇定区间不确定对象族, 20 世纪 90 年代初, 提出了广义 Kharitonov 定理^[6-7]. 这些理论在实际控制工程中取得了一定的应用和推广^[8-11], 但对于含时滞的区间多项式不确定系统的稳定性研究, 特别是这类系统的镇定问题研究, 还有待于进一步探讨.

本文针对一类全极点区间不确定时滞对象(其中不确定性既含于传递函数的系数之中, 又含于时滞项之中), 对时滞项采用一阶 Pade 近似, 利用文献[12]中提出的参数空间图解法, 设计鲁棒相位超前/滞后补

偿器. 仿真实例验证了该种近似设计方法对原时滞系统是有效的.

1 问题描述和主要结果

考虑图 1 所示具有一般结构的 SISO 闭环控制系统, 其中 $Ae^{j\varphi}$ 称为增益-相角裕度测试器 (gain-phase margin tester)^[11]. 当 $A=1$ 时, 对应于考虑相角裕度 φ ; 当 $\varphi=0$, 对应于考虑增益裕度 A , 而当 $A=1$ 且 $\varphi=0$, 对应于考虑闭环系统稳定性问题. $C(s)$ 为相位超前/滞后补偿器:

$$C(s) = k_c \frac{T_s + 1}{T_i s + 1} \quad (1)$$

$G(s)$ 为一类具有时滞的全极点区间不确定对象传递函数:

$$G(s) = \frac{k}{s^\nu \prod_{j=1}^m (\tau_j s + 1)} e^{-Ls} = \frac{k}{D(s)} e^{-Ls} \quad (2)$$

式中: $\nu \geq 0$ 为系统型别; $m + \nu = n$ 为系统阶次; $k \in [\underline{k}, \bar{k}]$ 为不确定增益; $L \in [\underline{L}, \bar{L}]$ 为不确定时滞; $\tau_j \in [\underline{\tau}_j, \bar{\tau}_j], j = 1, \dots, m$, 为不确定时间常数.

首先注意到, 对给定的对象参数, $G(s)$ 具有如下性质:

- (1) $|G(j\omega)| = k / |D(j\omega)|$ 关于 ω 是严格单调减的;
- (2) $\alpha(\omega) = -\angle G(j\omega) = \angle D(j\omega) + L\omega \geq 0$ 关于 ω 是严格单调增的.

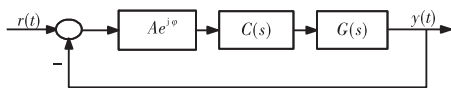


图 1 一般结构的 SISO 闭环系统

Fig.1 General structure of SISO closed-loop systems

本文所要讨论的问题是, 对式 (2) 描述的区间不确定时滞系统, 设计式 (1) 给定的相角超前/滞后补偿器, 使得图 1 所示闭环系统对所有参数不确定性是稳定的 (鲁棒稳定), 并满足给定的增益、相角裕度.

对式 (2) 中时滞项 e^{-Ls} 采用一阶 Pade 近似:

$$e^{-Ls} = \frac{1 - 0.5Ls}{1 + 0.5Ls}$$

有近似有理对象传递函数

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (3)$$

式 (3) 近似有理对象传递函数的系数依赖于式 (2) 原对象的不确定系数, 即 $A(s), B(s)$ 为区间不确定多项

式. 其中 $b_0 \in [\underline{b}_0, \bar{b}_0], b_1 \in [\underline{b}_1, \bar{b}_1], a_0 \in [\underline{a}_0, \bar{a}_0], \dots, a_n \in [\underline{a}_n, \bar{a}_n]$. 在图 1 中取 $A=1$ 和 $\varphi=0$, 得不确定对象 (3) 对应的闭环特征多项式为

$$\Delta(s) = (T_1 s + 1)A(s) + k_c (T_s + 1)B(s) \quad (4)$$

根据 Kharitonov 理论^[3], 式 (3) 中 $A(s), B(s)$ 对应的 Kharitonov 顶点多项式 (vertex polynomial). $A_i(s), i = 1, 2, 3, 4$ 和 $B_j(s), j = 1, 2, 3, 4$ 分别为

$$\begin{aligned} B_1(s) &= \underline{b}_0 + \underline{b}_1 s, B_2(s) = \underline{b}_0 + \bar{b}_1 s \\ B_3(s) &= \bar{b}_0 + \underline{b}_1 s, B_4(s) = \bar{b}_0 + \bar{b}_1 s \\ A_1(s) &= \underline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \bar{a}_2 s^2 + \bar{a}_3 s^3 + \dots \\ A_2(s) &= \underline{a}_0 + \bar{a}_1 s + \bar{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s^3 + \dots \\ A_3(s) &= \bar{a}_0 + \underline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \bar{a}_3 s^3 + \dots \\ A_4(s) &= \bar{a}_0 + \bar{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s^3 + \dots \end{aligned}$$

记 16 个顶点对象构成的集合为

$$G_v(s) = \{G_{ij}(s) | G_{ij}(s) = \frac{B_j(s)}{A_i(s)}, i, j = 1, 2, 3, 4\} \quad (5)$$

有如下定理:

定理 设式 (3) 的 $G(s)$ 是一个不确定系统族, $G(s)$ 可由式 (1) 中的一个特殊的相位超前/滞后补偿器镇定, 当且仅当式 (5) 中的 16 个子系统由同一个补偿器镇定.

证明: 将式 (4) 的闭环特征多项式记为

$$\Delta(s) = F_1(s)A(s) + F_2(s)B(s) \quad (6)$$

其中 $F_1(s) = T_1 s + 1, F_2(s) = k_c (T_s + 1)$. 根据广义 Kharitonov 理论^[6-7], 对选定的实系数多项式 $[F_1(s), F_2(s)]$, 多项式族 (6) 是 Hurwitz 稳定的, 当且仅当如下 16 个 Kharitonov 线段多项式 (segment polynomial) 是 Hurwitz 稳定的:

$$\Delta_s(s) = F_1(s)A_i^s(s) + F_2(s)B_j(s), i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

或

$$\Delta_s^*(s) = F_1(s)A_i(s) + F_2(s)B_j^*(s), i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1^s(s) &= (1 - \lambda)A_1(s) + \lambda A_2(s) \\ A_2^s(s) &= (1 - \lambda)A_1(s) + \lambda A_3(s) \\ A_3^s(s) &= (1 - \lambda)A_2(s) + \lambda A_4(s) \\ A_4^s(s) &= (1 - \lambda)A_3(s) + \lambda A_4(s) \end{aligned}$$

式中: $\lambda \in [0, 1]; B_j^*(s), j = 1, 2, 3, 4$ 可类似地定义. 由于式 (1) 补偿器的分子和分母均为一阶多项式, 满足实凸方向条件^[3, 11], 式 (7) 或 (8) 是 Hurwitz 稳定的, 等价

于式(9)的16个顶点多项式都是Hurwitz稳定的.

$$\Delta_v(s) = F_1(s)A_i(s) + F_2(s)B_j(s), i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

也就是说, 所选定的一个特殊的补偿器 $[F_1(s), F_2(s)] = [T_1s + 1, k_c(Ts + 1)]$ 能镇定不确定系统族(3), 当且仅当这个补偿器能同时镇定 16 个顶点子系统(5). 采用文献[12]中给出的确定相位超前/滞后补偿器参数稳定域的图解法, 绘制 16 个顶点子系统的参数稳定域, 找到它们的交集(如果存在的话), 在交集内按文献[12]给出的方法设计超前/滞后补偿器的参数 (k_c, T, T_1) , 这样设计的超前/滞后补偿器即可鲁棒镇定区间不确定系统族(3). 证毕.

2 设计实例

考虑如下二阶滞后系统

$$G(s) = \frac{k}{s(\tau s + 1)} e^{-Ls} \quad (10)$$

系统参数的标称值取为 $k = 1, L = 0.3, \tau = 4$; 参数的摄动范围分别为 $k \in [0.8, 1.2], L \in [0.25, 0.45], \tau \in [3.16, 5.28]$. 对滞后因子 e^{-Ls} 采用一阶 Pade 近似后, 得近似系统

$$G(s) = \frac{k(1 - 0.5Ls)}{s(\tau s + 1)(1 + 0.5Ls)} = \frac{b_1s + b_0}{a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (11)$$

式中: $b_1 = -0.5kL; b_0 = k; a_3 = 0.5\tau L; a_2 = 0.5L + \tau; a_1 = 1; a_0 = 0$. 可以看出, 各参数的最大、最小值分别对应 k, L, τ 在不确定区间内同时取得最大、最小值. 根据参数 k, L, τ 的摄动范围, 不难得到不确定系统族(11)对应的 16 个顶点子系统.

考虑相位超前补偿器(1)的设计, 按文献[12]中的图解法, 可分别绘制 16 个确定子系统的参数稳定域. 由于相角裕度与闭环响应的超调量直接相关, 按相角裕度进行设计, 即在图 1 中取 $A = 1, \varphi = 60^\circ$, 可得此时 16 个子系统对应的补偿器增益 k_c 允许取值范围, 其最大值为 $k_{cmax} = 3.5421$, 最小值为 $k_{cmin} = 0.7327$. 取 $k_c = 0.6327$, 分别绘制 16 个子系统在 (T_1, T) 平面上的对应 $\varphi = 60^\circ$ 的参数曲线, 如图 2 所示, 它们的交集如图中的填充部分. 交集存在, 说明 16 个子系统都可以取得至少 60° 的相角裕度. 在交集内取参数 $T_1 = 0.0141, T = 3.9900$, 得

$$C(s) = 0.6327 \frac{3.9900s + 1}{0.0141s + 1}$$

用该补偿器镇定 16 个确定子系统, 相应的阶跃

响应如图 3 所示, 都是稳定的并且有良好的动态响应品质. 最后, 回到式(10)所表示的原时滞系统, 取标称系统参数: $k = 1, L = 0.3, \tau = 4$, 其阶跃响应如图 4 中曲线 1 所示. 再取最难于控制的情况: $k = 1.2, L = 0.45, \tau = 5.28$, 其阶跃响应如图 4 中曲线 2 所示. 对应的相角裕度分别为 $\varphi = 78.59^\circ$ 和 $\varphi = 60.15^\circ$.

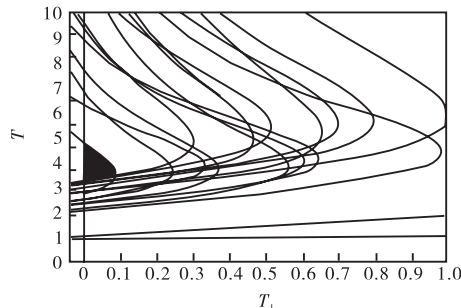


图 2 16个顶点子系统对应 $\varphi = 60^\circ$ 的参数曲线
Fig.2 Curves of 16 vertex sub-system corresponding to $\varphi = 60^\circ$

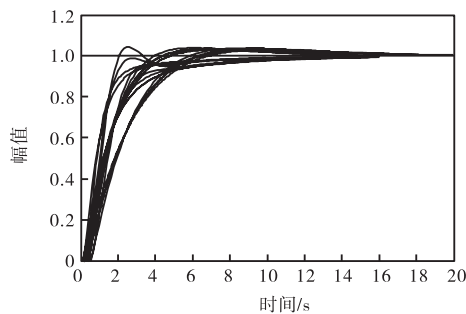


图 3 16个顶点子系统的阶跃响应曲线
Fig.3 Step responses of 16 vertex sub-system

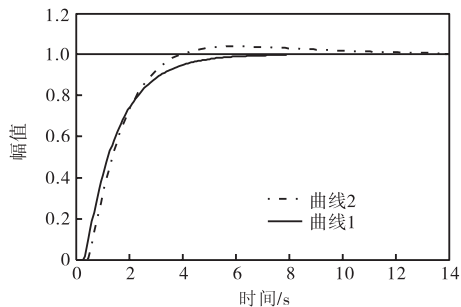


图 4 原时滞系统的阶跃响应曲线
Fig.4 Step responses of original delayed system

3 结 语

本文提出了一种区间不确定时滞系统相位超前/滞后补偿器设计的图解法. 仿真结果验证了该方法的有效性和灵活性. 进一步的研究可以考虑直接对时滞系统进行鲁棒补偿器设计.

(下转第 55 页)