



## 连续复利的加工成本-公差模型改进

金 秋

(天津科技大学机械工程学院, 天津 300222)

**摘要:** 从连续复利的角度,对原始的基于加工特征的成本-公差函数进行改进,提出改进的加工成本-公差模型.基于改进的加工成本-公差模型,构造了以改进后的加工成本与质量损失成本之和最小为目标函数的并行公差优化设计数学模型,实现公差的优化设计.最后通过工程实例验证所提出的方法.实例验证表明,基于连续复利的加工成本-公差模型更贴近现实,计算出的总成本更合理.

**关键词:** 加工成本-公差函数; 连续复利; 模型

**中图分类号:** TP391; O221.2      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1672-6510(2012)06-0061-04

### Optimization of Cost-tolerance Model Based on Continuous Compounding

JIN Qiu

(College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** The original cost-tolerance function based on processing features was improved from the point of view of continuous compounding. An improved processing cost-tolerance model was put forward. While the improved model was applied, a mathematic model was constructed for the tolerance optimal design based on minimum summation of the improved processing cost and quality loss cost. Concurrent tolerance optimization design was obtained. An applied prototype was illustrated with the improved processing cost-tolerance model. Results indicated that the data with the improved processing cost-tolerance model based on continuous compounding was close to reality, and the total cost is reasonable.

**Key words:** processing cost-tolerance function; continuous compounding; model

加工成本在机械产品的总成本中占有重要地位,已成为企业生产经营决策的重要参考指标之一.在影响机械加工成本的诸因素中,零件公差起着重要作用,通常,严格的公差能保证设计功能要求,但会导致加工成本增加;而宽松的公差能有效降低成本,但会影响产品的质量.以加工成本最小为目标函数进行公差设计时,一个关键问题是如何建立加工成本-公差模型,很多学者对此进行了研究<sup>[1-6]</sup>.

文献[1]中提出的基于加工特征的成本-公差模型,已被广泛应用<sup>[7-9]</sup>.该模型是依据当时的试验加工成本通过曲线拟合的方式得到的,由于商品和服务价格客观上是经常性波动的,若价格水平上升,则货币实际购买力下降,即物价受到通货膨胀的影响.因此,该类模型不能直接用于现在的计算,需要将处于

不同时刻、数额不等的资金进行资金等值计算,将其转化为当前价格水平下的加工成本-公差模型.

从资金等值角度对文献[1]中的加工成本-公差模型进行改进,关键是选择合适的计算方法和确定恰当的贴现率.在进行经济评价时,一般是采用间断复利公式计算,认为它们是发生在年初或年末.文献[9]曾采用间断复利方法对文献[1]的加工成本-公差模型进行了改进.然而,对于整个社会而言,资金每时每刻都通过生产和流通过程不断增值.严格来讲,资金的时间价值应该指资金连续性的增值,而非间断性的增值,即计息时间应是连续性的,而不是区间性的.

本文考虑运用连续复利方法对原始的加工成本-公差模型进行改进,并与文献[9]的结果进行对比,旨

收稿日期: 2012-05-14; 修回日期: 2012-07-13

基金项目: 天津科技大学科学研究基金资助项目(20100226)

作者简介: 金 秋(1975—),女(回族),吉林人,讲师, jinq@tust.edu.cn.

在讨论如何更好地将该加工成本-公差模型经过一定的资金等值计算,转化为当前物价水平下的加工成本-公差模型,从而使其更加符合实际.

### 1 原始的加工成本-公差模型

根据文献<sup>[1]</sup>可知,我国中型机械类企业中批量加工时,各种加工特征的加工成本-公差模型.

外圆特征尺寸的加工成本-公差模型为

$$C(T_{ih}) = \begin{cases} 15.1138e^{(-42.2874T_{ih})} + \frac{T_{ih}}{0.8611T_{ih} + 0.01508} & T_{ih} \leq 0.11 \\ 1.151063 & T_{ih} > 0.11 \end{cases} \quad (1)$$

内孔特征尺寸的加工成本-公差模型为

$$C(T_{ih}) = \begin{cases} 13.0973e^{(-23.5481T_{ih})} + 13.4998T_{ih}e^{\frac{(-0.015048)}{T_{ih}}} & T_{ih} \leq 0.11 \\ 2.282035 & T_{ih} > 0.11 \end{cases} \quad (2)$$

定位特征尺寸的加工成本-公差模型为

$$C(T_{ih}) = \begin{cases} 7.6593e^{(-25.1731T_{ih})} + 13.3114T_{ih}e^{\frac{(-0.0083)}{T_{ih}}} & T_{ih} \leq 0.11 \\ 1.463467 & T_{ih} > 0.11 \end{cases} \quad (3)$$

平面特征尺寸的加工成本-公差模型为

$$C(T_{ih}) = \begin{cases} 5.0261e^{(-15.8903T_{ih})} + \frac{T_{ih}}{0.3927T_{ih} + 0.1176} & T_{ih} \leq 0.165 \\ 1.273338 & T_{ih} > 0.165 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $C(T_{ih})$  为第  $i$  个零件的第  $h$  道工序在公差为  $T_{ih}$  时的加工成本.

以上各种加工成本-公差模型是通过试验获得数据测定得到的,考虑物价水平的影响,本文将对该模型从连续复利角度进行改进.

### 2 考虑连续复利的改进模型

本文按照连续复利(瞬时计息)方法修正加工成本,复利可以在一年中按无限多次计算.

运用连续复利方法计算时,关键问题是如何确定贴现率. 本文将通货膨胀率作为贴现率. 经济学上,通货膨胀率等于物价上涨率(价格水平上涨率)<sup>[10]</sup>,

反映了货币购买力的下降速度. 在实际计算时,一般不能直接计算通货膨胀率,而是通过价格指数的增长率来间接表示通货膨胀率. 其中消费者价格指数能充分、全面反映通货膨胀率. 目前,世界各国多采用居民消费价格指数(CPI, consumer price index)来反映通货膨胀的程度. 因此,本文采用以居民消费价格指数表示的通货膨胀率作为贴现率.

为了计算 1995 年文献<sup>[1]</sup>提出模型时的物价水平与现在的物价水平之间的关系,本文对已有的各种加工特征尺寸的加工成本-公差模型进行改进,可得通用公式为

$$C^*(T_{ih}) = C(T_{ih})e^{\sum_{x=1995}^{1995+n} f_x} \quad (5)$$

式中:  $C(T_{ih})$ 、 $C^*(T_{ih})$  分别为加工成本-公差模型改进前后第  $i$  个零件的第  $h$  道工序在公差为  $T_{ih}$  时的加工成本;  $x$  为 1995 年开始至计算时的年份;  $f_x$  为 1995 年开始至计算时的各年的通货膨胀率,该数据可从中国统计年鉴查询<sup>[11]</sup>.

### 3 公差优化设计模型

基于原始的加工成本-公差模型进行公差优化时,目标函数如下:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^{P_i} [C(T_{ih})] + K[\sigma_y^2 + (y - m)^2] \right\} \quad (6)$$

采用本文提出的连续复利方法改进后的加工成本-公差模型进行公差优化时,目标函数如下:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^{P_i} [C^*(T_{ih})] + K[\sigma_y^2 + (y - m)^2] \right\} \quad (7)$$

式中:  $T_{ih}$  为第  $i$  个零件的第  $h$  道工序尺寸的公差;  $C(T_{ih})$ 、 $C^*(T_{ih})$  分别为加工成本-公差模型改进前后第  $i$  个零件的第  $h$  道工序在公差为  $T_{ih}$  时的加工成本;  $\sigma_y$ 、 $y$ 、 $m$  分别为工序尺寸的标准差、均值、目标值;  $K$  为质量损失系数. 极值模型下约束条件为机床加工能力所确定的公差最小值和最大值之间.

### 4 实例

假设有一齿轮组件,如图 1 所示,轴是固定的,齿轮在轴上回转,齿轮端面与挡环 1 之间要求有间隙  $Y_0$  (0.10 ~ 0.35 mm).

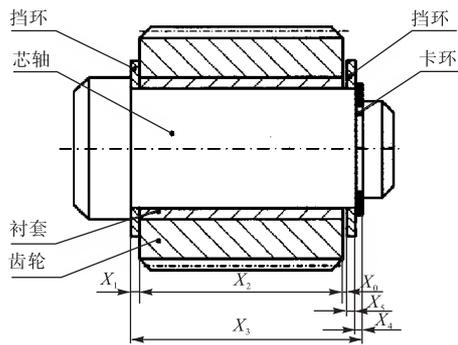


图 1 齿轮组件

Fig. 1 Gear subassembly

已知各组成环基本尺寸分别为  $X_1 = X_5 = 5 \text{ mm}$ 、 $X_2 = 30 \text{ mm}$ 、 $X_3 = 43 \text{ mm}$ 、 $X_4 = 3 \text{ mm}$ ，有关零件的轴向加工顺序见图 2。在该轴向装配尺寸链中，弹簧卡环属于标准件，其公差为  $T_4 = 0.05 \text{ mm}$ ，其他各组成环设计尺寸均为端面加工。经分析，挡环采用磨削加工方法，齿轮衬套和轴均采用车削加工方法。表 1 给出了零件的轴向加工规划、零件加工经济公差范围<sup>[8]</sup>。

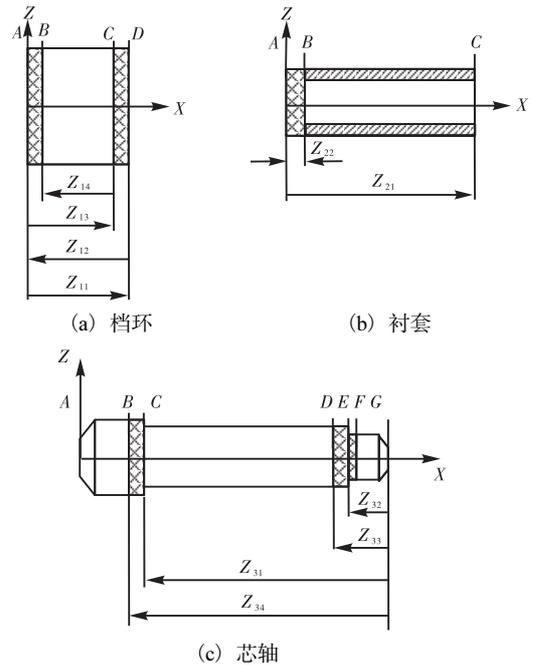


图 2 零件的轴向加工规划

Fig. 2 Processing procedure of parts along axial direction

表 1 相关零件的轴向加工工艺规划

Tab. 1 Processing procedure of relevant parts along axial direction

加工工件	加工序号	加工名称	测量基准	被加工面	工序尺寸	工序公差	公差范围/ $\mu\text{m}$
挡环	11	粗磨右面	A	D	$Z_{11}$	$T_{11}$	36 ~ 90
	12	粗磨左面	D	A	$Z_{12}$	$T_{12}$	36 ~ 90
	13	精磨右面	A	C	$Z_{13}$	$T_{13}$	22 ~ 58
	14	精磨左面	C	B	$Z_{14}$	$T_{14}$	18 ~ 48
衬套	21	截断	C	A	$Z_{21}$	$T_{21}$	62 ~ 160
	22	精车左面	A	B	$Z_{22}$	$T_{22}$	14 ~ 40
芯轴	31	粗车台阶	G	C	$Z_{31}$	$T_{31}$	62 ~ 160
	32	粗车台阶	G	E	$Z_{32}$	$T_{32}$	36 ~ 90
	33	精车台阶	G	D	$Z_{33}$	$T_{33}$	27 ~ 70
	34	精车台阶	G	B	$Z_{34}$	$T_{34}$	46 ~ 120

假设当装配尺寸  $Y_0$  偏离其目标值  $\Delta = 0.125$  时，将导致产品失效并造成 150 元的质量损失<sup>[9]</sup>。假定各组成环尺寸服从正态分布，且各尺寸的均值等于其目标值。装配功能函数方程为

$$Y_0 = X_3 - X_1 - X_2 - X_5 - X_4 \quad (8)$$

对于标准零件卡环 4，它的尺寸  $X_4$  和公差  $T_4$  是事先给定的，与标准件相关的质量损失被忽略。因此装配尺寸参数的方差为

$$\text{var}(w_{Y_0}) = \sigma_{X_3}^2 + \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_5}^2 \quad (9)$$

取零件的公差范围为  $\pm 3\sigma$  ( $\sigma$  为正态分布的标准偏差)，对应零件的合格率为 99.73%， $\Delta = 0.125$ ， $A = 150$  元，则总的产品期望外部质量损失为

$$E[L(w_{Y_0})] = \frac{1}{36} [T_{14}^2 + T_{14}^2 + T_{21}^2 + T_{22}^2 + T_{34}^2 + T_{33}^2] \frac{A}{\Delta^2} = 266.67 [2T_{14}^2 + T_{21}^2 + T_{22}^2 + T_{34}^2 + T_{33}^2] \quad (10)$$

根据式 (4) 和式 (6) 可知，改进前目标函数为

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^{P_i} \left[ 5.026 \text{le}^{(-15.8903T_{ih})} + \frac{T_{ih}}{0.3927T_{ih} + 0.1176} \right] + 266.67 [2T_{14}^2 + T_{21}^2 + T_{22}^2 + T_{34}^2 + T_{33}^2] \right\} \quad (11)$$

根据式 (4)、式 (5) 和式 (7) 可知，改进后目标函数为

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^{P_i} \left[ 5.026 \text{le}^{(-15.8903T_{ih})} + \frac{T_{ih}}{0.3927T_{ih} + 0.1176} \right] e^{\sum_{x=1995}^{1995+n} f_x} + 266.67 [2T_{14}^2 + T_{21}^2 + T_{22}^2 + T_{34}^2 + T_{33}^2] \right\} \quad (12)$$

1995年—2010年,我国的通货膨胀率<sup>[11]</sup>见表2.

表2 1995年以来历年通货膨胀率  
Tab.2 Inflation rate since 1995

年份	通货膨胀率/%	年份	通货膨胀率/%
1995	17.1	2003	1.2
1996	8.3	2004	3.9
1997	2.8	2005	1.8
1998	-0.8	2006	1.5
1999	-1.4	2007	4.8
2000	0.4	2008	5.9
2001	0.7	2009	-0.7
2002	-0.8	2010	3.3

对于标准件(卡环),给定公差为  $T_4 = 0.05 \text{ mm}$ , 极值模型下公差累积约束方程为

$$0 = T_{Y_0}^- \leq T_{14} + T_{14} + T_{21} + T_{22} + T_{33} + T_{34} \leq T_{Y_0}^+ = 0.2$$

为验证本文方法,运用 Matlab 工具箱进行优化,利用改进后的加工成本—公差模型优化实例,并与原始方法、文献[9]方法对比,结果见表3.

根据表3 优化结果比较可知,基于原始加工成本—公差函数、考虑间断复利加工成本—公差函数和考虑连续复利加工成本—公差函数,3种不同方法计算得到的加工成本有较大的差异,表明采用本文提出的考虑连续复利加工成本—公差函数的计算方法是必要的,可有效避免由于通货膨胀、物价上涨等原因引起的原始模型不符合实际的现象,计算结果更贴近现实成本.可见,考虑连续复利加工成本—公差函数更能体现资金的连续增值,因此,模型更加有效.

表3 不同改进方法的优化结果对比

Tab.3 Comparison of optimization results of different improving methods

方法	加工成本/元	质量损失成本/元	总成本/元	公差/ $\mu\text{m}$				
				$T_{14}$	$T_{21}$	$T_{22}$	$T_{33}$	$T_{34}$
本文方法	31.921 8	2.168 2	34.09	21.7	62.0	21.7	27.0	46.0
原始方法	19.764 1	1.975 9	21.74	22.5	62.0	19.9	27.0	46.0
文献[9]方法	27.737 9	2.162 1	29.90	22.7	62.0	19.7	27.0	46.0

## 5 结 论

考虑连续复利资金时间价值理论提出了一种改进的加工成本—公差模型,构造了以加工成本和质量损失成本之和为最小的公差优化数学模型,通过工程实例验证了本文提出的模型.结果表明,考虑连续复利的加工成本—公差模型更贴近现实,计算出的总成本更合理.

### 参考文献:

[1] 杨将新,吴昭同,顾大强. 基于加工特征的成本—公差模型研究[J]. 工程设计,1995(3):22-24.  
 [2] Dong Z, Hu W, Xue D. New production cost-tolerance models for tolerance synthesis[J]. Journal of Engineering for Industry, 1994, 116(2): 199-206.  
 [3] 王伯平,王荣峰,邓春芳. 公差优化设计中加工因素的模糊化处理[J]. 现代制造工程,2001(9):40-41.  
 [4] 杨将新,吴昭同. 机械加工成本:公差建模技术的研究[J]. 浙江大学学报:自然科学版,1996,30(5):517-

522.

[5] Sanz-Lobera A, Sebastián M A, Pérez J M. New cost-tolerance model for mechanical part design[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 51: 421-430.  
 [6] 杨将新. 基于装配成功率的公差设计系统研究[D]. 杭州:浙江大学,1996:42-50.  
 [7] 方红芳,吴昭同. 一种设计和工序公差计算机辅助并行设计方法的研究[J]. 中国机械工程,1996,6(6):25-27.  
 [8] 张晶,黄美发,钟艳如,等. 基于加工因素和信噪比质量损失的并行公差设计[J]. 系统仿真学报,2006,18(增刊2):195-198.  
 [9] 金秋,莫帅. 基于改进的成本公差模型的并行公差优化设计[J]. 天津科技大学学报,2010,25(5):53-56.  
 [10] 吴锋,叶锋. 工程经济学[M]. 北京:机械工业出版社,2007:60-62.  
 [11] 中华人民共和国国家统计局. 2011 中国统计年鉴[M]. 北京:中国统计出版社,2011.

责任编辑:常涛