

NGW 型行星齿轮传动分级优化设计方法研究

李文博^{1,2},郭志全¹

(1. 天津科技大学机械工程学院, 天津 300222; 2. 天津港第二港埠有限公司, 天津 300456)

摘 要:采用分级优化技术对 NGW 型行星齿轮传动的参数进行选取,构建其二级优化的数学模型,包括以模数、齿数和齿宽为设计变量,体积最小为优化目标的第一级优化模型,以及以提高啮合性能为目标的选取变位系数的二级优 化模型.使其在保证预定承载能力的前提下,达到整体体积最小和啮合性能最佳的双重优化目的,并通过实例验证了 该优化方法的有效性.

Gradual Optimal Design Method of NGW Planet Transmission

LI Wenbo^{1, 2}, GUO Zhiquan¹

(1. College of Mechanical Engineering, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;
 2. Tianjin Port second port Co., Ltd., Tianjin 300456, China)

Abstract: By using gradual optimizing designing to choose the coefficient of NGW plant transmission, a two level optimization mathematical model was constructed. The modulus, tooth number and tooth width were the designing variables. While minimum volume was the optimization objective of the first level of the optimization model, the selection of variable coefficient to improve the meshing performance was the target of the second level of the optimization model. Optimization was thus realized for volume and the capability of meshing under the carrying capacity. The mathematical model was established and its effectiveness was proved with examples.

Key words: planet gear transmission; optimized coefficient; gradual optimal design; NGW

NGW 型行星齿轮传动是应用广泛的一种传动装置.其内齿轮一般要用插齿刀来加工,插齿刀的尺寸和参数又与齿轮模数有关,因此必须首先确定齿轮的模数.在齿轮模数确定的前提下,就可以由设计者选定插齿刀的参数,从而进一步进行变位系数的优化设计.因此,整个优化设计应分为确定齿轮模数、齿数等的第一级优化阶段和选择变位系数的第二级优化阶段.近年来,有些研究讨论了该类传动的优化设计问题,但或是着眼于体积最小的优化^[1-2],或是从变位参数的角度进行优化^[3].

在结构优化设计中,设计变量往往表现为结构的 尺寸,但这些尺寸性质不尽相同,一般可分为总体尺 寸和元件尺寸.如果将它们不加区别地统统放入一个 目标函数中进行优化,可能会使优化问题变得过于复 杂并且庞大,同时也可能无法将组成结构的各元件细 节要求反映出来.因此,为了有效地解决复杂结构优 化问题,提高优化效率,实施分级优化是十分必要 的.本文提出将体积优化与角变位参数优化相结合 的优化思路,并通过分级优化方式,使此类传动的优 化设计更加完善.

1 分级优化求解方法的基本原理

分级优化设计方法将拓扑优化理论与参数优化 方法有机结合,综合两种优化方法的优点,而形成了 一种新的设计方法^[4].这种设计方法首先利用拓扑优

收稿日期: 2013-05-10; 修回日期: 2013-06-13

基金项目: 天津科技大学科学研究基金资助项目(20110117)

作者简介:李文博(1984—),男,天津人,硕士研究生;通信作者:郭志全,副教授,guozhiquan@tust.edu.cn.

式中

化理论进行概念设计,然后以概念设计为基础,结合 工程实际情况设计初始结构,最后进行参数优化.这 种设计方法克服了一般初始设计依靠经验和直觉的 局限性,使初始设计建立在科学计算的基础上,而且 又结合了工程实际,使得整个设计方法更加完善.

将 NGW 型行星齿轮传动优化分解为第一级优 化和第二级优化:第一级优化为系统级优化,第二级 优化为一组互不耦合的元件级优化.

第一级优化以齿轮的体积或质量作为目标函数, 按齿轮传动特点选择约束条件,来优化行星齿轮机构 中齿轮模数、齿宽和太阳轮齿数,在此基础上进行配 齿计算.在此过程中先设定齿轮的变位系数为零,即 先按标准齿轮计算,然后按照强度校核,最终确定以 上各设计参数,并圆整各齿轮模数及齿数.

第二级优化是在模数、齿数、齿宽等参数都已确 定的前提下,选取外啮合的两个齿轮的变位系数 x_1 、 x_2 作为设计变量(另一变位系数由计算确定),以齿轮 啮合时各种干涉、加工时的各种根切、顶切等限制条 件作为约束条件,由于齿轮传动的最大接触应力 σ_{Hmax} 可能发生在小齿轮单齿啮合区下界点,也可能 发生在大齿轮单齿啮合区下界点,以这两点中较大点 的接触应力最小作为优化目标,建立目标函数,从而 选取出最优的变位系数.

分级优化可用式(1)和式(2)表述. 系统级优化模型为

$$\begin{cases} \operatorname{Min} W(\mathbf{x}_{\mathrm{s}}, \mathbf{x}_{\mathrm{g}}) \\ g_{i}(\mathbf{x}_{\mathrm{s}}, \mathbf{x}_{\mathrm{g}}) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \cdots \end{cases}$$
(1)

式中: x_s 是系统级尺寸设计变量向量; x_g 是系统级形状设计变量向量; $W(x_s, x_g)$ 是结构的质量或体积. $g_i(x_s, x_g)$ 是包含应力、位移和设计变量上下界等的约束.

元件级优化模型为

$$\begin{cases} \operatorname{Min} F(\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}, \boldsymbol{x}_{\mathrm{n}}) \\ f_{j}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}, \boldsymbol{x}_{\mathrm{n}}) \leq 0 \quad j = 1, 2, 3, \cdots \end{cases}$$
(2)

式中: x_m 是元件级尺寸设计变量向量; x_n 是元件级 形状设计变量向量; $F(x_m, x_n)$ 是结构接触应力; $f_j(x_m, x_n)$ 是包含应力、位移和设计变量上下界等的 约束.

2 第一级优化模型

齿轮的模数主要是由其强度要求来确定.为了

按强度条件计算齿轮应有的模数,又必须同时考虑影 响受力大小的齿宽和各齿轮的齿数.因此本文先采 用体积优化的方法进行齿轮的模数、齿宽和太阳轮齿 数的确定,并在此过程中设定齿轮的变位系数为零, 即先按标准齿轮进行计算.

优化模型的目标函数为

$$f(\tilde{X}) = V_1 + CV_2$$
 (3)
: C 表示行星轮个数(如图 1 中 C=3); V_1 、 V₂分

别为太阳轮、行星轮体积的概略值,可表示为

$$\begin{cases} V_{1} = \frac{\pi}{4}m^{2}bz_{1}^{2} \\ V_{2} = \frac{\pi}{4}m^{2}bz_{2}^{2} \end{cases}$$
(4)

式中:*m* 为齿轮模数;*b* 为齿宽;*z*₁、*z*₂ 分别表示太阳 轮和行星轮的齿数.



1. 太阳轮; 2. 行星轮; 3. 内齿轮
 图 1 NGW型行星齿轮传动结构示意图
 Fig. 1 Sketch of NGW planet gear transmission

由图1的结构可知

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{i_{\rm 1H} - 2}{2} z_1 \tag{5}$$

式中: z₃ 表示内齿轮齿数; i_{II} 为输出轴与输入轴之间的传动比.

根据式(4)、式(5),将式(3)变为

$$f(\tilde{X}) = \frac{\pi}{16} m^2 b z_1^2 \Big[4 + C(i_{1H} - 2)^2 \Big]$$
(6)

取太阳轮齿数 z_1 、齿宽 b、模数 m 为设计变量,即

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ b \\ m \end{bmatrix}$$
(7)

由此得目标函数:

$$f(\tilde{X}) = 0.196\,35X_1^2X_2X_3^2\left[4 + C(i_{\rm 1H} - 2)^2\right]$$
(8)

主要约束函数:

(1)轮齿接触强度的限制.考虑到接触强度的薄

弱环节是太阳轮和行星轮的外啮合齿轮副,根据文 献[5]写出满足外啮合齿轮副的接触强度条件为

$$d_{1} \ge 2.32 \sqrt[3]{\frac{KT_{1}}{\varphi_{d}} \cdot \frac{u \pm 1}{u} (\frac{Z_{E}}{[\sigma]_{H}})^{2}}$$

$$\tag{9}$$

式中: $d_1 = mz_1$ 为小齿轮分度圆直径,mm; T_1 为小齿 轮工作转矩,N·mm;K为工作情况系数,根据设计手 册选取; $\varphi_d = b/d$ 为齿宽系数; $[\sigma]_H$ 为接触疲劳许用 应力,N/mm²;齿数比 u =大齿轮齿数/小齿轮齿数; "+"用于外啮合,"-"用于内啮合; Z_{ε} 为齿轮材 料的弹性系数.

(2)齿轮弯曲强度的限制.齿轮的弯曲强度薄弱环节是外啮合齿轮副,其强度条件^[6]为

$$m \ge \sqrt[3]{\frac{2T_{\rm I}K}{\varphi_{\rm d}z^2} \cdot \frac{Y_{\rm Fa}Y_{\rm Sa}}{[\sigma]_{\rm F}}}$$
(10)

式中: Y_{Fa} 为齿形系数; Y_{Sa} 为应力校正系数; $[\sigma]_{\text{F}}$ 为弯曲疲劳许用应力, MPa; z为主动轮齿数.

将结果中的模数进行标准化,其他参数进行相应 圆整,为下一步的变位系数的优化做好准备.

3 第二级优化模型

在 NGW 型行星齿轮传动设计中,既要考虑其经 济性(即体积最小),又要尽可能提高其抗点蚀的承载 能力(即接触应力最小).因此在齿轮模数确定的前 提下,选择适当的角变位参数是达到这一目标的有效 方法.

3.1 目标函数

对于外啮合直齿圆柱齿轮传动,其重合度的变化 范围为 1< ε < 2,传动将在一对齿与两对齿之间交 替地啮合,如图 2 所示,既有单齿啮合区(BD 段)又 有双齿啮合区(AB 段和 DE 段).显然,在单齿啮合区 BD 段中,由于全部载荷作用在同一对齿上,齿面接 触应力必然大于双齿啮合区.经研究,在单齿啮合区 中的最大接触应力 σ_{Hmax}发生在 B 点(小齿轮单齿啮 合区下界点)^[6].本文将以这点的接触应力作为优化 目标,建立目标函数,从而选取出最优的变位系数.

由于 *B* 点的接触应力计算较复杂,将选取与变 位系数相关且影响 *B* 点接触应力的相关系数的乘积 作为目标函数.

$$F_{2}(\tilde{X}) = Z_{B}Z_{H}Z_{\varepsilon}\sqrt{K_{v}K_{H}}$$
(11)
各参数说明如下:

(1)单齿啮合区下界点(B点)的应力折算系数

$$Z_{B} = \sqrt{\frac{(\rho_{B1} + \rho_{B2})}{\rho_{1}\rho_{2}} / \frac{(\rho_{1}\rho_{2})}{\rho_{B1}\rho_{B2}}} = \frac{\sqrt{(\rho_{B1} + \rho_{B2})\rho_{B1}\rho_{B2}}}{\rho_{1}\rho_{2}}$$
(12)

式中: $\rho_1 \ \rho_2$ 分别表示齿轮 1、2 渐开线在齿轮节点 处的曲率半径; $\rho_{B1} \ \rho_{B2}$ 分别表示齿轮 1、2 渐开线在 B点处的曲率半径(参见图 2).



图 2 齿轮啮合区 Fig. 2 Gear meshing zone

(2)节点区域系数 $Z_{\rm H} = 1.505 \sqrt{\frac{1}{\tan \alpha'_{12}}}$ (13)

式中: a'12 为外啮合齿轮副的啮合角.

(3)重合度系数

$$Z_{\varepsilon} = \frac{4 - \varepsilon_{12}}{3} \tag{14}$$

式中: ε_{12} 为外啮合重合度.

(4) 动载系数 K_v和齿面载荷分配系数 K_H可根据 文献[6]来选取.

3.2 设计变量

选取外啮合的两个齿轮的变位系数 x₁、x₂ 作为 设计变量,即

$$\tilde{\boldsymbol{X}} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$
(15)

内齿轮的变位系数 x, 的计算过程如下:

由x1、x2得出传动啮合角为

$$inv \,\alpha'_{12} = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \tan \alpha + inv \,\alpha$$
(16)

标准中心距为

(27)

$$a_{12} = (\frac{z_1 + z_2}{2})m \tag{17}$$

$$a' = a_{12} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'_{12}}$$
(18)

啮合中心距为

$$a'_{23} = a'_{12} = (\frac{z_3 - z_2}{2})m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'_{23}}$$
(19)

由式(18)得啮合传动(太阳轮与内齿轮啮合)的 啮合角为

$$\alpha'_{23} = \arccos(\frac{a_{23}}{a'_{23}}\cos\alpha)$$
 (20)

由啮合角 a'_3 得 2、3 两齿轮的变位系数和

$$x_{\Sigma} = \frac{(inv \,\alpha'_{23} - inv \,\alpha)(z_3 - z_2)}{2\tan\alpha} \tag{21}$$

内齿轮的变位系数

$$x_3 = x_{\Sigma} + x_2 \tag{22}$$

3.3 约束条件

齿轮加工方法不同其约束条件式也不同,本文以 各齿轮均为插齿加工为例,列出如下的主要约束条 件式.

(1)外齿轮加工时不发生根切条件

 $g_1 = (z_1 + z_o) \tan \alpha'_o - z_o \tan \alpha_{ao} \ge 0$ (23) 式中:下标 "o" 表示为插齿刀参数;下标 "a" 表示 齿顶圆,下文同.

(2) 插切外齿轮时不发生刀根过渡曲线顶切 条件

$$g_{2} = \frac{4(h_{ao}^{*} - x_{o})}{\sin 2\alpha} + z_{o1}(\tan \alpha_{o}' - \tan \alpha) + z_{1}(\tan \alpha_{o}' - \tan \alpha_{a}) \ge 0$$
(24)

式中: h_a^{*} 表示插齿刀的齿顶高系数.

(3) 插切内齿轮时不发生刀根过渡曲线顶切条件

$$g_{3} = \frac{4(h_{ao}^{*} - x_{o})}{\sin 2\alpha} + z_{o}(\tan \alpha_{o}' - \tan \alpha) + z_{3}(\tan \alpha_{a} - \tan \alpha_{o}') \ge 0$$
(25)

(4)外啮合过渡曲线不发生干涉条件

行星轮的齿顶与太阳轮的齿根处过渡曲线不发 生干涉的约束式为

$$g_{4} = (z_{1} + z_{2}) \tan \alpha'_{12} - z_{2} \tan \alpha_{a2} - (z_{1} + z_{o1}) \tan \alpha'_{o1} + z_{o1} \tan \alpha_{a01} \ge 0$$
(26)

行星轮的齿根与太阳轮的齿顶处过渡曲线不发 生干涉的约束式为

$$g_{5} = (z_{1} + z_{2}) \tan \alpha'_{12} - z_{1} \tan \alpha_{a1} - (z_{2} + z_{a2}) \tan \alpha'_{a2} + z_{a2} \tan \alpha_{aa2} \ge 0$$

齿轮 3 的齿顶与行星轮的齿根不发生过渡曲线 干涉的约束式为

$$g_6 = z_3 \tan \alpha_{a3} - (z_3 - z_2) \tan \alpha'_{23} -$$

$$(z_2 + z_{o2}) \tan \alpha'_{o2} + z_{o2} \tan \alpha_{ao2} \ge 0$$
 (28)

行星轮 2 的齿顶与内齿轮 3 的齿根不发生过渡 曲线干涉的约束式为

$$g_{7} = (z_{3} - z_{o3}) \tan \alpha'_{o3} + z_{o3} \tan \alpha'_{ao3} - z_{2} \tan \alpha_{a2} - (z_{3} - z_{2}) \tan \alpha'_{23} \ge 0$$
(29)

(6)齿面重叠不发生干涉条件

$$g_{8} = z_{2}(inv\alpha_{a2} + \delta_{2}) + (z_{3} - z_{2})inv\alpha_{23}' - z_{3}(inv\alpha_{a3} + \delta_{3}) \ge 0$$
(30)

式中

$$\delta_2 = \arccos \frac{r_{a3}^2 - r_{a2}^2 - a_{23}'^2}{2a_{23}'r_{a3}}$$
$$\delta_3 = \arccos \frac{r_{a3}^2 - r_{a2}^2 + a_{23}'^2}{2a_{23}'r_{a3}}$$

(7) 插切内齿轮时的径向切入不发生顶切条件

$$g_{9} = \arcsin \sqrt{\frac{1 - (\cos \alpha_{ao3} / \cos \alpha_{a3})^{2}}{1 - (z_{o3} / z_{3})^{2}}} + inv \alpha_{ao3} - inv \alpha_{o3}' - \frac{z_{3}}{z_{o3}} [\arcsin \sqrt{\frac{(\cos \alpha_{a3} / \cos \alpha_{ao3})^{2} - 1}{(z_{3} / z_{o3})^{2} - 1}} + inv \alpha_{a3} - inv \alpha_{o3}'] \ge 0$$
(31)

(8)重合度约束条件

$$g_{10} = \varepsilon - [\varepsilon] = \frac{1}{2\pi} [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha'_{12}) + z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha'_{12})] - 1.2 \ge 0$$
(32)

4 设计实例

已知设计要求:输出扭矩 555 N·m;输出转速 120 r/min;电机额定功率 7.5 kW;额定转速 740 r/min;设计寿命 36 000 h;行星轮数目为 3;齿轮 材料均为 40 Cr,整体淬火;载荷稳定.采用了传统设 计与优化设计两种方式,在设计要求相同的情况下, 其计算结果对比见表 1.

(下转第74页)